

Bac S, Liban 2010 :
L'OSCILLATEUR HARMONIQUE

Un oscillateur harmonique à une dimension est un modèle d'oscillateur qui intervient dans de nombreux domaines de la physique : mécanique et électricité notamment. Son évolution temporelle est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + A \cdot Y = 0$$

où Y est une grandeur physique qui varie au cours du temps, comme par exemple, la position x d'un mobile ou la charge électrique q d'un condensateur.

A est une constante positive reliée à la période propre T_0 de l'oscillateur par :

$$A = \frac{4\pi^2}{T_0^2}.$$

T_0 est indépendante de l'amplitude de la grandeur Y .

1. Le pendule simple.

Un pendule simple a une longueur l égale à 100 cm. La période mesurée T est donnée dans le tableau du DOCUMENT 1 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

Donnée — Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1.1. La période propre T_0 du pendule simple a pour expression :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Calculer sa valeur.

1.2. Pourquoi peut-on, d'après le tableau du DOCUMENT 1 (page 4), parler d'isochronisme des petites oscillations ? Justifier la réponse.

2. Le pendule élastique.

Un solide S est relié à un ressort dont l'autre extrémité est fixe. Le solide de masse m égale à 205 g et de centre d'inertie G peut glisser sur un rail à coussin d'air horizontal. Le ressort, à spires non jointives, a une masse négligeable et une constante de raideur k égale à $10,0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$. Au repos, G est en O . Le dispositif expérimental est schématisé dans le DOCUMENT 2 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

À un instant t , la position du solide est repérée par l'abscisse $x(t)$ sur l'axe (O, \vec{i}) : $x(t)$ représente donc également l'allongement du ressort. Un dispositif d'acquisition a permis d'obtenir l'enregistrement du DOCUMENT 3 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

2.1. Équation différentielle.

2.1.1. Comment qualifier, d'après le DOCUMENT 3 (page 4), les oscillations obtenues ?

2.1.2. Faire le bilan des forces s'exerçant sur S . Les représenter sans souci d'échelle sur le DOCUMENT 2 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

2.1.3. Montrer que, dans ces conditions, l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$$

2.2. Le pendule est assimilable à un oscillateur harmonique puisque l'équation ci-dessus est analogue à l'équation générale donnée en début d'exercice.

2.2.1. Déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de k et de m .

2.2.2. Calculer la valeur de T_0 .

2.2.3. Déterminer la valeur expérimentale $T_{0,\text{exp}}$ en explicitant le raisonnement. Comparer avec la valeur calculée en **2.2.2.**

2.3. Énergies.

2.3.1. Comment appelle-t-on les énergies ayant respectivement pour expressions $\frac{1}{2}kx^2$ et

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 ?$$

2.3.2. Pour un lâcher sans vitesse initiale, l'équation différentielle a pour solution

$$x(t) = X_m \cos\left(2\pi\frac{t}{T_0}\right).$$

Montrer que l'énergie mécanique a pour expression $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2$.

On rappelle que $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$.

2.3.3. Quelle est la valeur minimale de l'énergie mécanique ?

2.4. On réalise différents lâchers sans vitesse initiale en faisant varier l'amplitude.

2.4.1. Calculer l'énergie mécanique lorsque $X_m = 1,00$ cm.

2.4.2. Combien de valeurs de l'énergie mécanique sont possibles entre $X_m = 0$ et $X_m = 1,00$ cm : aucune ou un infinité ? Justifier.

3. Le pendule élastique en mécanique quantique.

On considère une molécule diatomique AB vibrant autour de son centre de masse G (m_A et m_B sont les masses respectives des atomes A et B), comme représentée sur la FIGURE 1 (page 2).

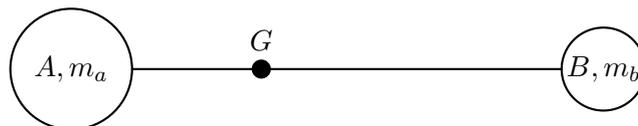


FIGURE 1 – Molécule diatomique AB

On assimile cette molécule à un système de masse μ (appelée masse réduite et telle que $\mu = \frac{m_A \times m_B}{m_A + m_B}$) oscillant par rapport au point G fixe comme indiqué sur la FIGURE 2 (page 2).



FIGURE 2 – Système de masse oscillant par rapport à G

Le mouvement est rectiligne sinusoïdal de période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}$ où k est la constante de raideur du ressort équivalent.

Données — Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 3.1.** La mécanique quantique montre que l'énergie de vibration E_{vib} de la molécule est quantifiée. Qu'entend-on par énergie quantifiée ?
- 3.2.** La molécule est assimilée à un oscillateur harmonique de période propre $T_0 = 1,95 \cdot 10^{-14} \text{ s}$. Un niveau n d'énergie de vibration est caractérisé par $E_{\text{vib}}(n) = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu_0$ où h est la constante de Planck, ν_0 la fréquence de l'oscillateur et n un entier positif : $n = 0, 1, 2, 3 \dots$
- 3.2.1.** Vérifier que la fréquence ν_0 de l'oscillateur vaut environ $5,13 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$ puis calculer les énergies manquantes dans le tableau du DOCUMENT 4 (page 5) de ***l'annexe à rendre avec la copie***.
- 3.2.2.** Représenter le diagramme en énergie de la molécule sur le DOCUMENT 4 (page 5) de ***l'annexe à rendre avec la copie*** en indiquant chaque niveau par un segment horizontal. Que peut-on dire de l'écart entre deux niveaux successifs ?
- 3.2.3.** La transition du niveau caractérisé par $n = 0$ au niveau caractérisé par $n = 1$ correspond à l'absorption d'une radiation. Calculer la longueur d'onde correspondante dans le vide. Cette radiation est-elle visible ? Justifier.

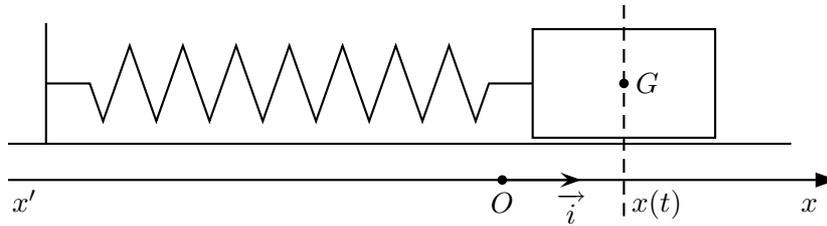
★ ★
★

Annexe à rendre avec la copie

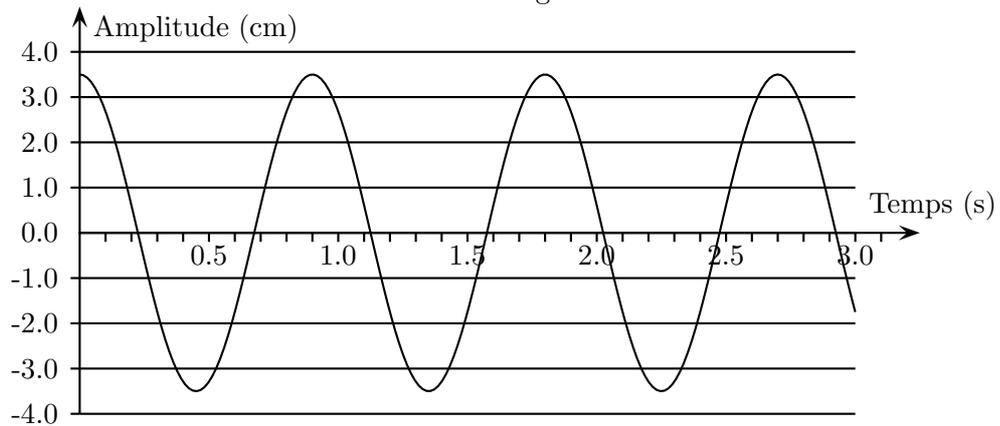
DOCUMENT 1 – Tableau de mesures

Amplitude (°)	0,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00
T (s)		2,01	2,01	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05

DOCUMENT 2 – Dispositif expérimental



DOCUMENT 3 – Enregistrement



DOCUMENT 4 – Énergie de la molécule

Niveau n	$E_{\text{vib}}(n)$ (10^{-20} J)
0	
1	
2	8,50
3	11,90
4	15,30

