

**Bac S, Liban 2010 :  
L'OSCILLATEUR HARMONIQUE**

Un oscillateur harmonique à une dimension est un modèle d'oscillateur qui intervient dans de nombreux domaines de la physique : mécanique et électricité notamment. Son évolution temporelle est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + A \cdot Y = 0$$

où  $Y$  est une grandeur physique qui varie au cours du temps, comme par exemple, la position  $x$  d'un mobile ou la charge électrique  $q$  d'un condensateur.

$A$  est une constante positive reliée à la période propre  $T_0$  de l'oscillateur par :

$$A = \frac{4\pi^2}{T_0^2}.$$

$T_0$  est indépendante de l'amplitude de la grandeur  $Y$ .

### 1. Le pendule simple.

Un pendule simple a une longueur  $l$  égale à 100 cm. La période mesurée  $T$  est donnée dans le tableau du DOCUMENT 1 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

**Donnée** — Intensité de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

1.1. La période propre  $T_0$  du pendule simple a pour expression :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Calculer sa valeur.

1.2. Pourquoi peut-on, d'après le tableau du DOCUMENT 1 (page 4), parler d'isochronisme des petites oscillations ? Justifier la réponse.

### 2. Le pendule élastique.

Un solide  $S$  est relié à un ressort dont l'autre extrémité est fixe. Le solide de masse  $m$  égale à 205 g et de centre d'inertie  $G$  peut glisser sur un rail à coussin d'air horizontal. Le ressort, à spires non jointives, a une masse négligeable et une constante de raideur  $k$  égale à  $10,0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ . Au repos,  $G$  est en  $O$ . Le dispositif expérimental est schématisé dans le DOCUMENT 2 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

À un instant  $t$ , la position du solide est repérée par l'abscisse  $x(t)$  sur l'axe  $(O, \vec{i})$  :  $x(t)$  représente donc également l'allongement du ressort. Un dispositif d'acquisition a permis d'obtenir l'enregistrement du DOCUMENT 3 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

2.1. Équation différentielle.

2.1.1. Comment qualifier, d'après le DOCUMENT 3 (page 4), les oscillations obtenues ?

2.1.2. Faire le bilan des forces s'exerçant sur  $S$ . Les représenter sans souci d'échelle sur le DOCUMENT 2 (page 4) de **l'annexe à rendre avec la copie**.

2.1.3. Montrer que, dans ces conditions, l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$$

**2.2.** Le pendule est assimilable à un oscillateur harmonique puisque l'équation ci-dessus est analogue à l'équation générale donnée en début d'exercice.

**2.2.1.** Déterminer l'expression de la période propre  $T_0$  en fonction de  $k$  et de  $m$ .

**2.2.2.** Calculer la valeur de  $T_0$ .

**2.2.3.** Déterminer la valeur expérimentale  $T_{0,\text{exp}}$  en explicitant le raisonnement. Comparer avec la valeur calculée en **2.2.2.**

**2.3.** Énergies.

**2.3.1.** Comment appelle-t-on les énergies ayant respectivement pour expressions  $\frac{1}{2}kx^2$  et

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 ?$$

**2.3.2.** Pour un lâcher sans vitesse initiale, l'équation différentielle a pour solution

$$x(t) = X_m \cos\left(2\pi\frac{t}{T_0}\right).$$

Montrer que l'énergie mécanique a pour expression  $E_m = \frac{1}{2}kX_m^2$ .

On rappelle que  $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ .

**2.3.3.** Quelle est la valeur minimale de l'énergie mécanique ?

**2.4.** On réalise différents lâchers sans vitesse initiale en faisant varier l'amplitude.

**2.4.1.** Calculer l'énergie mécanique lorsque  $X_m = 1,00$  cm.

**2.4.2.** Combien de valeurs de l'énergie mécanique sont possibles entre  $X_m = 0$  et  $X_m = 1,00$  cm : aucune ou un infinité ? Justifier.

### 3. Le pendule élastique en mécanique quantique.

On considère une molécule diatomique  $AB$  vibrant autour de son centre de masse  $G$  ( $m_A$  et  $m_B$  sont les masses respectives des atomes  $A$  et  $B$ ), comme représentée sur la FIGURE 1 (page 2).

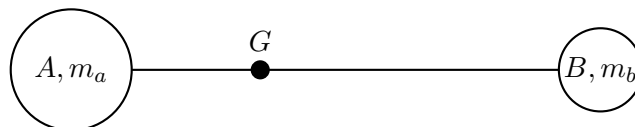


FIGURE 1 – Molécule diatomique  $AB$

On assimile cette molécule à un système de masse  $\mu$  (appelée masse réduite et telle que  $\mu = \frac{m_A \times m_B}{m_A + m_B}$ ) oscillant par rapport au point  $G$  fixe comme indiqué sur la FIGURE 2 (page 2).



FIGURE 2 – Système de masse oscillant par rapport à  $G$

Le mouvement est rectiligne sinusoïdal de période propre  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}$  où  $k$  est la constante de raideur du ressort équivalent.

**Données** — Constante de Planck :  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ; Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

- 3.1.** La mécanique quantique montre que l'énergie de vibration  $E_{\text{vib}}$  de la molécule est quantifiée. Qu'entend-on par énergie quantifiée ?
- 3.2.** La molécule est assimilée à un oscillateur harmonique de période propre  $T_0 = 1,95 \cdot 10^{-14} \text{ s}$ . Un niveau  $n$  d'énergie de vibration est caractérisé par  $E_{\text{vib}}(n) = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu_0$  où  $h$  est la constante de Planck,  $\nu_0$  la fréquence de l'oscillateur et  $n$  un entier positif :  $n = 0, 1, 2, 3 \dots$
- 3.2.1.** Vérifier que la fréquence  $\nu_0$  de l'oscillateur vaut environ  $5,13 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$  puis calculer les énergies manquantes dans le tableau du DOCUMENT 4 (page 5) de ***l'annexe à rendre avec la copie***.
- 3.2.2.** Représenter le diagramme en énergie de la molécule sur le DOCUMENT 4 (page 5) de ***l'annexe à rendre avec la copie*** en indiquant chaque niveau par un segment horizontal. Que peut-on dire de l'écart entre deux niveaux successifs ?
- 3.2.3.** La transition du niveau caractérisé par  $n = 0$  au niveau caractérisé par  $n = 1$  correspond à l'absorption d'une radiation. Calculer la longueur d'onde correspondante dans le vide. Cette radiation est-elle visible ? Justifier.

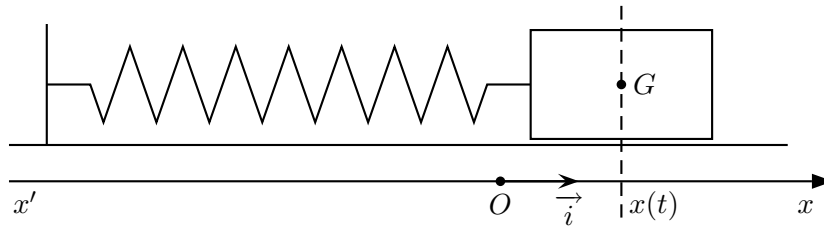
★ ★  
★

Annexe à rendre avec la copie

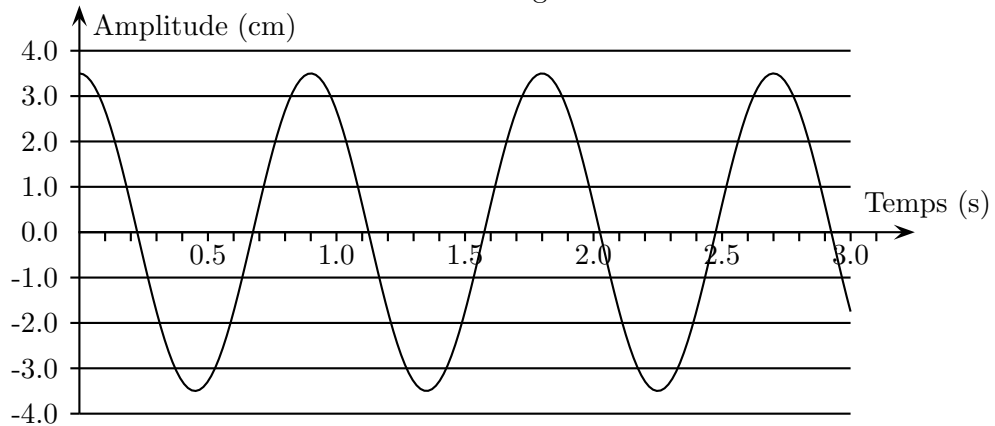
DOCUMENT 1 – Tableau de mesures

Amplitude (°)	0,00	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00
$T$ (s)		2,01	2,01	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05

DOCUMENT 2 – Dispositif expérimental



DOCUMENT 3 – Enregistrement



DOCUMENT 4 – Énergie de la molécule

Niveau $n$	$E_{\text{vib}}(n)$ ( $10^{-20}$ J)
0	
1	
2	8,50
3	11,90
4	15,30

