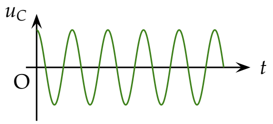
Chapitre 13
Oscillations dans un dipôle RLC

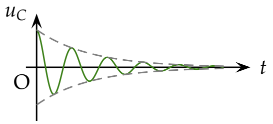
Révision et Résumé

Différents régimes La tension aux bornes du condensateur peut évoluer selon trois régimes : périodique, pseudo-périodique et apériodique.

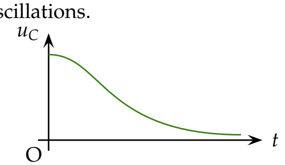
- Le régime périodique correspond à l'absence d'atténuation (donc une résistance R nulle) ou à la présence d'un système d'entretien des oscillations. On obtient une sinusoïde de période propre T_0.



- Le régime pseudo-périodique correspond à une atténuation faible ($R < R_{\text{critique}}$). On obtient une sinusoïde amortie, de pseudo-période T_0 identique au cas périodique.



- Le régime apériodique correspond à une atténuation élevée ($R > R_{\text{critique}}$). Il y a disparition des oscillations.



Réponse en tension Vous devez être capable de trouver l'équation différentielle de la réponse en tension u_C pour un circuit RLC dont la résistance R est négligeable ou compensée par un dispositif d'entretien des oscillations :

$$\ddot{u}_C + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

ainsi que la solution $u_C(t)$ de l'équation différentielle :

$$u_C(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

où U_m est l'amplitude ou tension maximale, ω_0 la pulsation propre et φ_0 la phase à l'origine des dates ($t = 0$) des oscillations.

Réponse en courant Vous devez être capable de déduire de la réponse en tension u_C, la réponse en courant i dans le circuit :

$$i = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Pulsation propre La pulsation propre ω_0 des oscillations est :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Elle s'exprime en rad.s^{-1}.

Période propre La période propre T_0 des oscillations est :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

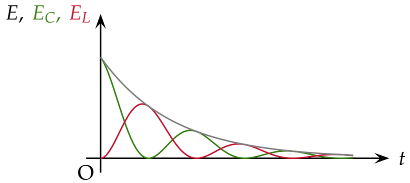
Elle s'exprime en secondes (s).

Influence de R Lorsque l'on augmente la valeur de la résistance R, on observe successivement un régime pseudo-périodique puis apériodique. Il n'y a pas d'influence sur la pseudo-période T_0.

Influences de C et de L Les valeurs de la capacité C et de l'inductance L influent sur celle de la pseudo-période T_0.

Mesure de la pseudo-période Vous devez être capable de mesurer une pseudo-période T_0 sur un enregistrement expérimental des oscillations amorties.

Énergie totale L'énergie totale $E = E_L + E_C$ du circuit décroît en l'absence de dispositif d'entretien des oscillations.



- En régime périodique, le dispositif électronique entretenant les oscillations dans le cas périodique fournit exactement l'énergie qui est dissipée par effet Joule dans la résistance R. L'énergie contenue dans le circuit est constante.
- En régime pseudo-périodique, l'énergie contenue alternativement dans le condensateur et dans la bobine se dissipe sour forme d'effet Joule dans la résistance.
- En régime apériodique, l'énergie contenue dans le circuit est rapidement dissipée dans la résistance.

Mots clés

Régime périodique	**Période propre**	**Entretien des oscillations**
Régime pseudo-périodique	**Pseudo période**	**Effet Joule**
Régime apériodique	**Pulsation propre**	**Énergie totale**

Questions

Q 1 Vrai ou faux ? Dans un circuit RLC, si on quadruple la valeur de L, la pseudo-période des oscillations sera multipliée par quatre.

Q 2 N°3 p. 173.

Q 3 Vrai ou faux ? Le dispositif qui entretient les oscillations fournit l'énergie perdue par transfert thermique.

Q 4 Vrai ou faux ? Dans un circuit RLC, l'énergie initialement stockée dans le condensateur initialement chargé va être intégralement transmise à la bobine.

Q 5 Proposer un montage qui permette de visualiser les variations de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité dans un circuit RLC, en fonction du temps.

Q 6 Dans un circuit RLC siège d'oscillations pseudo-périodiques, $L = 0,5$ H et on souhaite $T_0 = 10$ ms pour la pseudo-période des oscillations. Doit-on choisir $4,7\ \mu$F, 2,2 mF ou 1 mF pour la capacité du condensateur ?

Q 7 N°5 p. 173.

Exercices

N'oubliez pas l'exercice résolu pages 171 et 172 du livre de Physique.

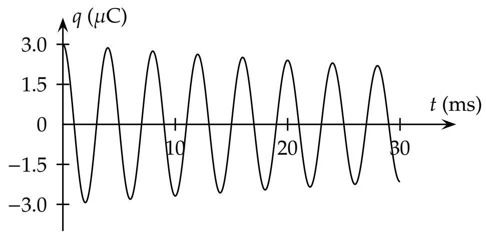
Oscillations pseudo-périodiques

13.1 N°9 p. 173 : Oscillations amorties

13.2 Oscillations libres amorties

Un oscillateur électrique libre est formé d'un condensateur initialement chargé, de capacité $C = 1,0\ \mu$F, d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance $L = 0,40$ H et de résistance négligeable.

L'enregistrement de la tension aux bornes du condensateur a permis de tracer la courbe ci-dessous où q désigne la charge de son armature positive.



a. Déterminer la pseudopériode T des oscillations.

b. Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ à chaque instant dans le cas où R est considérée comme nulle.

c. Vérifier qu'avec une période $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, la fonction suivante :

$$q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

est solution de cette équation.

d. Calculer la période T_0 et comparer à la pseudo-période T.

e. Quelle différence présente la solution $q(t)$ trouvée par rapport à la courbe proposée ?

f. Quelle est la cause de cette différence ?

13.3 N°10 p. 174 : Oscillations électriques

Oscillations périodiques

13.4 N°13 p. 174 : Oscillations non amorties

13.5 N°14 p. 174 : Oscillations libres

Interprétation énergétique

13.6 N°17 p. 175 : Oscillations amorties

13.7 N°19 p. 175 : Étude expérimentale de la décharge

Corrigé 13
Oscillations dans un dipôle RLC

Questions

Q1 Faux. Si on quadruple la valeur de L, la pseudo-période est multipliée par deux (*confere* la formule de la pseudo période).

Q2 Réponse **b**.

Q3 Vrai. L'énergie électrique perdue par effet Joule dans la résistance est convertie en énergie interne. Cette conversion provoque un transfert thermique vers l'extérieur de la résistance (celle-ci peut être brûlante !).

Q4 Faux. L'énergie initialement stockée dans le condensateur est transmise à l'ensemble bobine + résistance. Le transfert serait total uniquement si la résistance était nulle.

Q5 Se reporter au montage donné en cours, figure 12.5 page 4 ; la seule difficulté est que, dans ce montage, le condensateur et la résistance doivent avoir une borne commune reliée à la masse. En effet, les tensions sont mesurées par rapport à la masse par le système d'acquisition.

L'intensité dans le circuit se déduit de la mesure de la tension u_R aux bornes de la résistance, et de l'application de la loi d'Ohm :

$$i = \frac{u_R}{R}$$

Q6 Appliquons la formule donnant la pseudo-période des oscillations amorties :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{\left(10\cdot 10^{-3}\right)^2}{4\times\pi\times 0,5} = 1,6 \text{ mF}$$

La valeur de 1 mF est, parmi celles qui sont proposées, la plus proche.

Q7 Exercice similaire au précédent. Réponse **a**.

Exercices

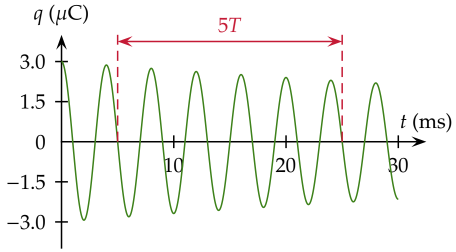
13.1 N°9 p. 173 : Oscillations amorties

1. La résistance est la plus grande dans le cas **(a)**. En effet, ce cas correspond aux oscillations libres les plus amorties.
2. La capacité la plus grande correspond au cas **(b)**. En effet, la pseudo-période, approximativement égale à la période propre du circuit LC correspond :
$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$
est la plus grande.

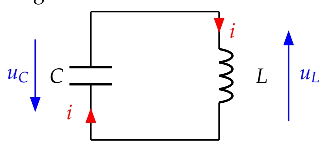
13.2 Oscillations libres amorties

a. Sur l'enregistrement, la durée qui sépare les instants de dates $t_1 = 5,0$ ms et $t_2 = 25,0$ ms correspond à cinq pseudopériodes. Ainsi :

$$T = \frac{25,0 - 5,0}{5} = 4,0 \text{ ms}$$



b. Si la résistance R est nulle, le schéma du circuit est celui de la figure ci-dessous.



D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_C(t) + u_L(t) = 0 \qquad (1)$$

Compte tenu des orientations choisies :

$$q(t) = Cu_C(t) \quad \text{avec} \quad u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \quad \text{et} \quad i(t) = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

En reportant les résultats dans (1), on aboutit à :

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}q(t) = 0 \qquad (2)$$

c. Dérivons deux fois la solution proposée :

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = -\frac{2\pi}{T_0}Q_\mathrm{m}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 Q_\mathrm{m}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

Remplaçons dans l'équation différentielle (2) :

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 Q_\mathrm{m}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \frac{1}{LC}Q_\mathrm{m}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = 0$$

Cette expression est nulle si et seulement si :

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC} \quad \Leftrightarrow \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Dès lors que cette condition satisfaite pour T_0, alors la solution proposée est bien solution de l'équation différentielle.

d. $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\times 3,14\sqrt{0,40\times 1,0\cdot 10^{-6}} = 4,0\cdot 10^{-3}$ s ; on a accord parfait entre la période propre T_0 calculée pour le circuit LC, et la pseudopériode T mesurée pour le circuit RLC (voir l'exercice N°11 p. 174 pour la différence entre T et T_0 ; ici la différence entre les deux est négligeable car l'amortissement est faible).

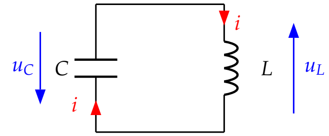
e. La solution est une fonction périodique (sinusoïde) alors que la courbe ne l'est pas puisque l'amplitude diminue au cours du temps. Les oscillations sont dites amorties.

f. L'amortissement des oscillations est dû à la dissipation d'énergie par effet Joule, notamment dans le conducteur ohmique.

13.3 N°10 p. 174 : Oscillations électriques

13.4 N°13 p. 174 : Oscillations non amorties

1. Par « sens choisis habituellement », l'énoncé sous-entends une convention récepteur.



2. Lien entre u_B et i :
$$u_\mathrm{B} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$
Lien entre u_C et i :
$$q = Cu_\mathrm{C} \quad \text{et} \quad i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$
$$\Rightarrow \quad i = C\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t}$$
Lien entre u_B et u_C :
$$u_\mathrm{B} = LC\frac{\mathrm{d}^2u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t^2}$$
3. Loi d'additivité dans le montage :
$$u_\mathrm{B} + u_\mathrm{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_\mathrm{B} = -u_\mathrm{C}$$
On reporte dans l'expression précédente :
$$-u_\mathrm{C} = LC\frac{\mathrm{d}^2u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t^2}$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}u_\mathrm{C} = 0$$
4. Voir le cours.

13.5 N°14 p. 174 : Oscillations libres

13.6 N°17 p. 175 : Oscillations amorties

1. À l'instant initial, l'énergie du condensateur est :
$$E_{\mathrm{C}_0} = \frac{1}{2}Cu_\mathrm{C}^2$$
$$\Rightarrow \quad E_{\mathrm{C}_0} = 0,5\times 20\cdot 10^{-6}\times 12^2 = 1,44 \text{ mJ}$$
Lorsque l'intensité passe à son maximum i_m, l'énergie est totalement transférée à la bobine :
$$E_{L_\mathrm{m}} = \frac{1}{2}Li_\mathrm{m}^2 = 1,44 \text{ mJ}$$
$$i_\mathrm{m} = \sqrt{\frac{2E_{L_\mathrm{m}}}{L}} = \sqrt{\frac{2\times 1,44\cdot 10^{-3}}{15\cdot 10^{-3}}} = 0,44 \text{ A}$$
2. L'énergie dissipée par effet Joule est égale à la différence entre l'énergie initiale E_{C_0} dans le condensateur et l'énergie E_{L_max} dans la bobine lorsque l'intensité passe par son premier maximum i_max :
$$E_\mathrm{J} = E_{\mathrm{C}_0} - E_{L_\mathrm{max}} = E_{\mathrm{C}_0} - \frac{1}{2}Li_\mathrm{max}^2$$
$$\Rightarrow \quad E_\mathrm{J} = 0,44 - 0,5\times 15\cdot 10^{-3}\times 0,235^2 = 1,0 \text{ mJ}$$

13.7 N°19 p. 175 : Étude expérimentale de la décharge

★★
★