Chapitre 11
Condensateur. Dipôle RC

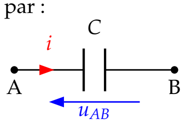
Révision et Résumé

Orientation d'un circuit En utilisant la convention récepteur, vous devez savoir orienter un circuit et placer les flèches de tension et d'intensité.

Condensateur Un condensateur est constitué de deux surface métalliques en regard, appelées armatures, séparées par un isolant ou diélectrique. La tension u_{AB} aux bornes du condensateur est proportionnelle à la charge q_A :

$$q_A = C u_{AB}$$

En convention récepteur, on représente le condensateur par :



La constante de proportionnalité C est la capacité, en farad (F).

Intensité L'intensité i correspond à un débit de charges q par unité de temps t :

$$i(t) = \frac{dq_A}{dt}$$

Sens conventionnel Si le courant passe dans le sens de la flèche de l'intensité i, alors i est positif, et l'armature A du condensateur acquiert une charge q_A positive.

Inversement si le courant passe en sens inverse, alors $i < 0$ et $q_A < 0$.

Dipôle RC Vous devez savoir trouver l'équation différentielle de charge ou de décharge d'un circuit RC, ainsi que la tension aux bornes du condensateur.

Constante de temps La constante de temps, homogène à un temps en seconde (s), a pour expression :

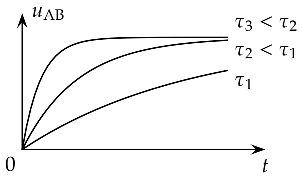
$$\tau = RC$$

Énergie L'énergie stockée par un condensateur vaut :

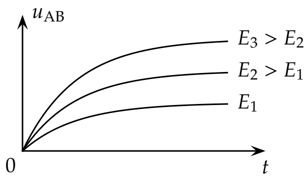
$$E_{élec} = \frac{1}{2} C u_{AB}^2$$

Lissage La tension aux bornes d'un condensateur n'est jamais discontinue.

Influence de R ou de C Elle est identique pour les deux valeurs, et influence directement τ :



Influence de E Pour trois cas de même constante de temps τ :



Mots clés

Intensité	**Loi d'additivité**	**Charge d'une armature**	**Constante de temps**
Loi des nœuds	**Loi d'Ohm**	**Échelon de tension**	**Énergie électrique**
Loi des mailles	**Condensateur**	**Dipôle**	**Farad (F)**

Questions

$\boxed{Q\,1}$ Définir brièvement les mots clefs.

$\boxed{Q\,2}$ Expliquer en quelques mots le rôle d'un condensateur dans le fonctionnement d'un flash d'un appareil photo. Quel est alors le rôle de la pile ?

$\boxed{Q\,3}$ Pourquoi dans le « poste de transformation » de votre quartier, EDF a placé d'énormes condensateurs ?

$\boxed{Q\,4}$ Donner l'expression de la constante de temps d'un dipôle RC. Vérifier par analyse dimensionnelle que cette constante est bien homogène à une durée.

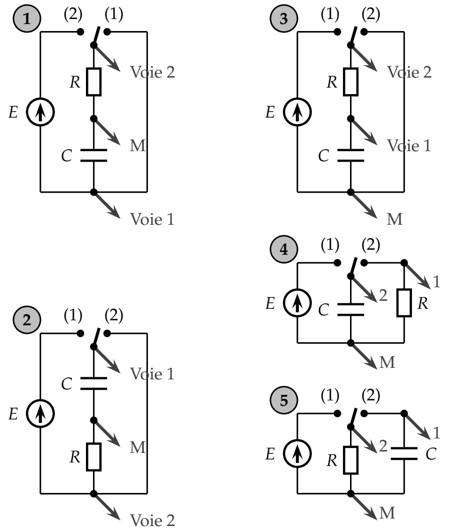
$\boxed{Q\,5}$ Soit un montage permettant, lorsque l'interrupteur K est en position (1), de charger un condensateur de forte capacité C à l'aide d'une pile, et lorsque l'interrupteur K est en position (2), de décharger le condensateur dans un moteur, relié à une poulie, montant verticalement un corps de masse m.

Sous quelle forme est stockée l'énergie dans la pile ? le condensateur ? le corps ?

$\boxed{Q\,6}$ Proposer un montage dans lequel seront placés en série : un générateur délivrant un échelon de tension, un conducteur ohmique et un condensateur. Indiquer les branchements d'un oscilloscope ou d'une interface d'acquisition permettant de visualiser :

- sur la voie 1, la tension délivrée par le générateur ;
- sur la voie 2, l'intensité du courant circulant dans le circuit.

$\boxed{Q\,7}$ Voici quelques montages pour étudier le dipôle RC. Pour chaque montage, indiquer la grandeur qui est observée sur chaque voie de l'oscilloscope ou de l'interface d'acquisition. Certains montages peuvent être sources de difficultés expérimentales, à vous de trouver lesquelles.



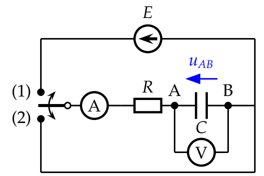
Exercices

N'oubliez pas l'exercice résolu page 139.

Dipôle RC

$\boxed{11.1}$ **Charge et décharge d'un condensateur**

Un condensateur, initialement déchargé, de capacité $C = 4{,}7\ \mu$F, est placé en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 1{,}0$ kΩ.



Le générateur de tension est caractérisé par sa f. é. m. $E = 6{,}0$ V. À l'instant de date $t = 0$ s, on place l'interrupteur sur la position (1).

1. En une phrase, préciser ce qu'il se passe pour le condensateur.
2. En précisant sur le schéma du circuit la convention choisie pour les récepteurs, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} aux bornes du condensateur.
3. La forme de la solution de l'équation différentielle est :
$$u_{AB}(t) = K\left(1 - e^{-\alpha t}\right)$$
Déterminer les expressions de K et α en fonction des paramètres du circuit.
4. **a.** Exprimer la constante de temps τ en fonction de R et de C.
   b. Tracer l'allure de $u_{AB}(t)$.
   c. Indiquer sur ce graphique deux méthodes pour déterminer τ.
   d. Au bout de quelle durée peut-on considérer que la tension aux bornes du condensateur est constante ?
5. On déclenche à nouveau le chronomètre ($t = 0$ s) lorsqu'on bascule l'interrupteur sur la position (2) (le condensateur étant totalement chargé).
   a. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_{AB}(t)$ puis déterminer les expressions de K et α dans la forme suivante de la solution :
$$u_{AB}(t) = K\,e^{-\alpha t}$$
   b. Tracer l'allure de cette courbe et y indiquer une méthode pour déterminer τ.

$\boxed{11.2}$ **N°27 p. 144 : Charge partielle**

$\boxed{11.3}$ **N°24 p. 143 : Équation différentielle en charge**

Charge et décharge d'un condensateur

$\boxed{11.4}$ **N°12 p. 142 : Interprétation d'une expérience**

$\boxed{11.5}$ **N°17 p. 142 : Charge par un courant constant**

Énergie d'un condensateur

$\boxed{11.6}$ **N°31 p. 144 : Flash**

$\boxed{11.7}$ **N°23 p. 143 : Étude d'une courbe**

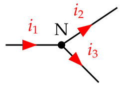
À la question **1**, écrire l'équation différentielles en fonction de l'intensité $i(t)$ dans le circuit.

Corrigé 11
Condensateur. Dipôle RC

Questions

Q1 Définitions des mots clefs :

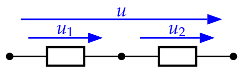
Intensité Débit de charges : $i = \dfrac{dq}{dt}$



Loi des nœuds $i_1 = i_2 + i_3$ avec l'orientation du schéma.

Plus formel : $\sum_k \pm i_k = 0$ pour les intensités arrivant (+) ou partant (-) d'un nœud.

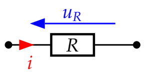
Loi des mailles $u = u_1 + u_2$ avec l'orientation du schéma ci-dessous.



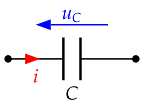
Plus formel : $\sum_k \pm u_k = 0$ dans une maille complète d'un circuit, pour les tensions dans le sens d'orientation de la maille (+) ou dans le sens inverse (-).

Loi d'additivité Il s'agit d'un second nom pour la loi des mailles rappelée ci-dessus.

Loi d'Ohm Pour l'orientation en convention récepteur rappelée sur le schéma :

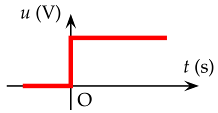


$u_R = Ri$



Condensateur Un condensateur est un dispositif capable d'accumuler la charge $q = Cu_C$ sur son armature positive, sur laquelle arrive le courant d'intensité i tel que :
$$i = \frac{dq}{dt}$$

Échelon de tension Variation brutale de la tension appliquée à un circuit :



Dipôle Tout composant ou ensemble de composant (ou circuit) présentant deux bornes. Les composants à trois ou quatre bornes seront vus après le bac.

Constante de temps Pour un dipôle RC :
$$\tau = RC$$
Elle s'exprime en secondes (s).

Énergie L'énergie électrique emmagasinée dans un condensateur de capacité C, dont la tension à ses bornes vaut u_C, est :
$$\mathcal{E}_{\text{élec}} = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

Farad Le farad est l'unité de la capacité C.

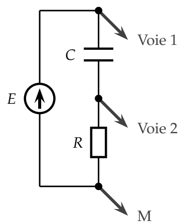
Q2 Le condensateur accumule des charges électriques en provenance de la pile électrochimique, qui ne peut pas débiter celles-ci avec une trop forte intensité. Lors du déclenchement, le condensateur est connecté à l'ampoule flash, toutes les charges sont libérées d'un coup et vont traverser le filament quasi-instantanément, créant un éclairage bref mais intense.

Q3 On peut considérer que les condensateurs interviennent pour stocker de l'énergie électrique, de façon à pouvoir répondre à une subite forte demande. En réalité ils ont aussi comme autre rôle d'améliorer le fonctionnement du réseau tout entier, selon des détails qui ne seront pas encore expliqué cette année.

Q4 $\tau = RC$. Pour l'analyse dimensionnelle, il faut utiliser en sous main les lois d'Ohm et du condensateur :
$$[RC] = \Omega \cdot \text{F} = \text{V} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{C} \cdot \text{V}^{-1}$$
Or C = A · s donc $[RC] = \text{s} \quad \Rightarrow \quad [\tau] = \text{s}$.

Q5 L'énergie est stockée sous forme *chimique* dans la pile, *électrique* dans le condensateur, et *mécanique* (énergie potentielle ou cinétique) dans le corps.

Q6 Le montage demandé est représentés ci-contre. Sur la voie 2, on visualise u_R, qui est proportionnel à l'intensité i :
$$u_R = Ri \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{u_R}{R}$$
On a donc sur cette voie une représentation de $i(t)$, à un changement d'échelle prêt.

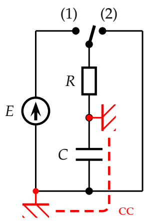


Q7 Voici les grandeurs observées sur chaque voie :

Montage n°	1	2	3	4	5
Voie 1	$-u_C$	u_C	u_C	u_R	u_C
Voie 2	u_R	$-u_R$	$u_R + u_C$	u_C	u_R

Les difficultés sont les suivantes :
- Montage 1 : la tension u_C n'a pas le bon signe, et court-circuit de C si les masses sont communes ;
- Montage 2 : idem n°1 avec R à la place de C ;
- Montage 3 : on n'a pas accès à u_R directement, et donc cela complique l'accès à l'intensité $i = u_R/R$;
- Montage 4 : pas de problème apparent ;
- Montage 5 : le condensateur ne se charge pas en position (1) de l'interrupteur !

Détail du problème de masses du montage n°1 : dans le cas où le générateur et le système d'acquisition ont des masses communes (reliées par exemple par le biais de la prise de terre), il va y avoir court-circuit de C : les deux points supportant les masses sont reliés.



Exercices

Dipôle RC

11.1 **Charge et décharge d'un condensateur**

11.2 **N°27 p. 144 : Charge partielle**

1. Loi d'additivité des tensions :
$$E = u_R + u_C \qquad (1)$$
Loi d'Ohm :
$$u_R = Ri \qquad (2)$$
Pour le condensateur :
$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{et} \quad q = Cu_C \quad \Rightarrow \quad i = C\frac{du_C}{dt} \qquad (3)$$
$$(2) + (3) \quad \Rightarrow \quad u_R = RC\frac{du_C}{dt} \qquad (4)$$
$$(1) + (4) \quad \Rightarrow \quad RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$$

2. Solution particulière de l'équation différentielle :
$$\frac{du_C}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC} \quad \Rightarrow \quad u_C = E$$
Solution générale de l'équation différentielle sans second membre :
$$u_C(t) = K\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$
Solution de l'équation avec second membre :
$$u_C(t) = K\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} + E$$
K constante d'intégration déterminée par les conditions initiales :
- Condition : $u_C(t=0) = 3{,}25$ V ;
- Solution : $u_C(t=0) = K\mathrm{e}^0 + E = K + E$;

Identification : $K + E = 3{,}25$ V
$$E = 12{,}0 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad K = 8{,}75 \text{ V}$$
$$RC = 5{,}10 \times 10^3 \times 245 \times 10^{-9} = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$
$$\Rightarrow \quad u_C(t) = 8{,}75\mathrm{e}^{-\frac{t}{1{,}25 \cdot 10^{-3}}} + 12{,}0$$

3. On reprends la détermination de la constante d'intégration K pour l'exprimer en fonction de u_{C_i} :
- Condition : $u_C(t=0) = u_{C_i}$;
- Solution : $u_C(t=0) = K\mathrm{e}^0 + E = K + E$;

Identification : $K + E = u_{C_i} \quad \Rightarrow \quad K = u_{C_i} - E$
$$\Rightarrow \quad u_C(t) = (u_{C_i} - E)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} + E$$
$$\Leftrightarrow \quad u_C(t) = u_{C_i}\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} + E\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}\right)$$
En posant $\tau = RC$ pour la constante de temps du dipôle, on trouve la formule demandée :
$$u_C(t) = u_{C_i}\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + E\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

11.3 **N°24 p. 143 : Équation différentielle de charge**

Charge et décharge d'un condensateur

11.4 **N°12 p. 142 : Interprétation d'une expérience**

1. Les deux diodes rouges sont dans le sens *passant* pour le courant délivré par le générateur (rappel : une diode est passante si elle est parcourue par un courant dans le sens de son propre symboles en forme de flèche), elles brillent. La diode verte est dans le sens *bloqué*, aucun courant ne peut la traverser, elle reste éteinte.

De plus, lorsque le condensateur est chargé, plus aucun courant ne peut circuler, la diode D_1 finit donc par s'éteindre au bout d'une durée maximale Δt de :
$$\Delta t = 5\tau = 5RC = 5 \times 1 \cdot 10^3 \times 5\,600 \cdot 10^{-6} = 28 \text{ s}$$

2. À l'ouverture de l'interrupteur, le condensateur est en série avec les résistances et les diodes, il se décharge. Le courant de décharge est dans le sens passant des diodes D_2 et D_3, donc elles brillent, alors même que D_1 est bloquée.
Au bout de quelques instants (toujours $5\tau = 28$ s), le condensateur est déchargé, plus aucune diode ne brille.

11.5 **N°17 p. 142 : Charge à courant constant**

Énergie d'un condensateur

11.6 **N°31 p. 144 : Flash**

1. Si l'on chargeait le condensateur directement en le branchant à la pile, la tension à ses bornes ne serait que de 3 V, alors que l'usage d'un transformateur et d'un oscillateur permet de monter cette tension à 150 V.
Avoir une tension de charge élevée a deux avantages : premièrement, cela permet d'accumuler plus de charges dans un même condensateur, puisque $q = Cu_C$; deuxièmement, une telle tension est certainement nécessaire pour que l'ampoule flash brille intensément.

2. $\mathcal{E}_{\text{élec}} = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2} \times 120 \cdot 10^{-6} \times 150^2$
$$\Rightarrow \quad \mathcal{E}_{\text{élec}} = 1{,}35 \text{ J}$$

3. La puissance est égale au ratio de l'énergie dépensée sur la durée de la dépense :
$$\mathcal{P} = \frac{\mathcal{E}_{\text{élec}}}{\tau} = \frac{1{,}35}{2{,}5 \cdot 10^{-4}} = 5\,400 \text{ W}$$

11.7 **N°23 p. 143 : Étude d'une courbe**

1. Cette démonstration a déjà été proposée à la question **1** de l'exercice **11.2** :
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$$

2. Initialement, le condensateur est déchargé, $u_C(t=0) = 0$ V ; la loi d'additivité (1) permet alors d'écrire :
$$E = u_R(t=0) + u_C(t=0) \quad \Rightarrow \quad u_R(t=0) = E$$
Avec la loi d'Ohm (2) :
$$u_R = Ri \quad \Rightarrow \quad R = \frac{u_R}{i}$$
Donc finalement :
$$R = \frac{u_R(t=0)}{i(t=0)} = \frac{E}{i(t=0)}$$
Sur le graphique, on lit une valeur initiale de l'intensité de $i(t=0) = 10$ mA. Application numérique :
$$R = \frac{12{,}0}{10 \cdot 10^{-3}} = 1{,}2 \text{ k}\Omega$$

3. Pour trouver la constante de temps $\tau = RC$, il faut tracer la tangente à l'origine et lire l'abscisse de son intersection avec l'axe des temps :
$$\tau = 3{,}0 \text{ ms}$$
$$\tau = RC \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{\tau}{R} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{-3}}{1{,}2 \cdot 10^3}$$
$$\Rightarrow \quad C = 2{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 2{,}5\ \mu\text{F}$$