Chapitre 6
La décroissance radioactive

Révision et Résumé

Loi de décroissance radioactive Au niveau macroscopique, le nombre moyen N de noyaux restant dans l'échantillon suit la loi :

$$N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = N_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

où N_0 est le nombre de noyaux radioactifs à temps initial $t = 0$, et λ la constante radioactive, homogène à l'inverse d'un temps, et τ la constante de temps.

La demi-vie radioactive $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux de l'échantillon radioactif présents à la date t se sont désintégrés :

$$N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2}$$

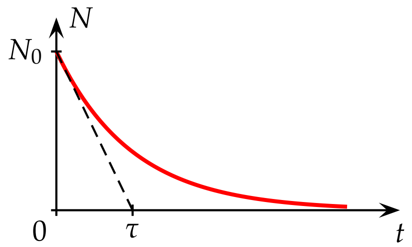
La demi-vie est reliée à la constante radioactive par :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

La constante de temps τ est l'inverse de la constante radioactive λ :

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Homogène à un temps, la valeur de τ correspond au point où la tangente à l'origine de la courbe $N(t)$ coupe l'axe (Ot) :



L'activité $\mathcal{A}$ d'une source est le nombre moyen de désintégrations par seconde dans l'échantillon ; elle suit la même loi de décroissance exponentielle que le nombre N de noyaux radioactifs :

$$\mathcal{A}(t) = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \mathcal{A}_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

Elle s'exprime en becquerels, avec 1 Bq = 1 désintégration par seconde.

Elle dépend uniquement de la demi-vie et du nombre de noyaux radioactifs encore présents :

$$\mathcal{A} = \lambda N = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} N$$

Les effets biologiques dépendent de l'activité $\mathcal{A}$ de la source, de l'énergie du rayonnement émis et de la manière dont ce rayonnement est absorbé.

La datation nécessite :

- de connaître la constante radioactive ;
- de connaître la population N_0 de noyaux à la date $t=0$;
- de déterminer la population N de noyaux radioactifs à la date t.

La durée est alors donnée par :

$$t = -\frac{1}{\lambda}\ln\frac{N}{N_0}.$$

Mots clés

Décroissance	**Cte. radioactive**	**Activité**
Exponentielle	**Demi-vie**	**Becquerel**

Questions

Q 1 Donnez une définition pour chacun des mots clefs ci-dessus.

Q 2 Donnez la loi de décroissance radioactive, en premier en fonction de λ, en second en fonction de τ. Donnez ensuite les noms et la signification de chacun des termes de l'équation.

Q 3 Retrouvez les unités de λ et de τ, à partir de la loi de désintégration radioactive, par des considérations dimensionnelles.

Q 4 Que traduit le signe - dans la loi de désintégration radioactive ?

Q 5 Faites une phrase traduisant l'ensemble des renseignements contenus dans la loi de décroissance radioactive. Traduisez ensuite votre propos en dessinant l'allure de la courbe N=$f(t)$

Q 6 Expliquez pourquoi l'ensemble des noyaux radioactifs n'ont pas disparu après un temps double du temps de demi-vie.

Q 7 Est-il correct d'affirmer que la demi-vie est une durée caractéristique propre à chaque échantillon de noyau radioactif ?

Q 8 Donnez les relations entre les constantes λ, $t_{1/2}$ et τ.

Q 9 **N°6 p. 95**

Q 10 Expliquez le principe et le domaine d'application de la datation au carbone 14.

Q 11 Est-il correct d'affirmer que, dans un échantillon radioactif, le nombre moyen de désintégrations par seconde est indépendant de la taille de l'échantillon ?

Q 12 Est-il correct d'affirmer que les effets biologiques du rayonnement sur l'homme ne dépendent que du nombre de particules reçues ?

Exercices

N'oubliez pas les exercices résolus pages 93 et 94 de votre livre.

Décroissance exponentielle

6.1 **N°8 p. 95 : Probabilité de désintégration**

6.2 **N°9 p. 95 : Constante de temps**

6.3 **N°22 p. 97 : Cobalt 60**

Activité

6.4 **Lequel est le plus dangereux ?** On dispose de deux échantillons qui contiennent initialement ($t = 0$) le même nombre de noyaux N_0. Le premier est formé d'iode 131 de demi-vie radioactive $t_{1/2} = 8,0$ jours, le second de césium 137 de demi-vie $t_{1/2} = 30$ ans.

a. Donnez la définition de la demi-vie radioactive $t_{1/2}$.

b. Exprimez, en fonction de N_0, le nombre N de noyaux radioactifs dans chaque échantillon, aux dates t indiquées dans le tableau ci-dessous.

Date t	0	8 jours	1 an	30 ans	300 ans
^{131}I	N_0				
^{137}Cs	N_0				

c. Lors d'incidents radioactifs, de l'iode 131 et du césium 137 peuvent être rejetés dans l'atmosphère. Lequel des deux vous semble, à terme, le plus dangereux pour l'homme ?

d. À un instant donné, quel doit être le rapport des deux populations radioactives pour que les deux échantillons aient la même activité ?

Problèmes

Activité

6.5 **N°29 p. 99 : L'iode traceur radioactif**

Datation

6.6 **Datation du carbone 14** Dans la haute atmosphère, les rayons cosmiques provoquent des réactions nucléaires qui libèrent des neutrons. Ces neutrons, une fois ralentis, sont absorbés par des noyaux d'azote $^{14}_{7}$N au cours d'une réaction nucléaire qui donne comme noyau fils du carbone $^{14}_{6}$C et une autre particule.

Le carbone 14 ainsi créé est radioactif.

Le carbone 14 est assimilé de la même manière que le carbone 12 par les plantes au cours de la photosynthèse. Pendant toute leur vie, la proportion de carbone 14 reste très stable dans les plantes.

À leur mort, la quantité de carbone 14 décroît exponentiellement. Il suffit alors de mesurer la proportion de carbone 14 restante dans l'échantillon, pour dater sa mort. Le carbone 14 a une demi-vie $t_{1/2} = 5\,570$ ans.

a. Donnez la composition des noyaux $^{12}_{6}$C et $^{14}_{6}$C. Comment appelle-t-on de tels noyaux ?

b. Après avoir rappelé les équations de conservation, écrire l'équation de la réaction nucléaire dont il est question dans le texte. Quelle est la particule apparue en plus du carbone 12 ?

c. Le carbone 14 est radioactif β^-. Quelle est la nature de cette émission ? Écrire l'équation nucléaire correspondante.

d. Dans un échantillon de bois vivant, on détecte un atome de carbone 14 pour 10^{12} atomes de carbone 12. Quel est l'âge du morceau de bois mort dans lequel cette proportion monte à 1 pour 8×10^{12} ?

6.7 **Cailloux lunaires**

a. L'isotope $^{40}_{19}$K du potassium est radioactif. Il se désintègre pour donner de l'argon $^{40}_{18}$Ar.
Écrire l'équation de la désintégration.

b. La demi-vie du noyau $^{40}_{19}$K est $t_{1/2} = 1,5 \times 10^9$ ans. Calculer sa constante radioactive λ.

c. Pour déterminer l'âge des caillous lunaires rapportés par les astronautes d'Apollo XI, on mesure les quantités relatives de potassium 40 (radioactif) et de son produit de décomposition, l'argon 40, qui est en général retenu par les roches.
Un échantillon de 1 g de roche contient 82×10^{-4} cm^3 d'argon et $1,66 \times 10^{-6}$ cm^3 de potassium 40. Les volumes des gaz sont mesurés dans les conditions normales (volume molaire $V_m = 22,4$ L.mol^{-1}).
Quel est l'âge de ces cailloux ?

Corrigé 6
La décroissance radioactive

Questions

Q 1

Décroissance radioactive ou décroissance exponentielle : loi d'évolution du nombre N de noyaux radioactifs dans un échantillon en fonction du temps :

$$N = N_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

Constante radioactive Constante λ caractéristique d'un noyau radioactif ; définie à partir de la formule :

$$-\Delta N = \lambda N \Delta t$$

Demi-vie radioactive Durée $t_{1/2}$ au bout de laquelle la moitié des noyaux d'un échantillon radioactif sont désintégrés.

Activité Nombre moyen $\mathcal{A}$ de désintégrations par seconde dans un échantillon radioactif :

$$\mathcal{A} = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Becquerel Unité de l'activité $\mathcal{A}$ (symbole Bq), telle que 1 Bq = 1 désintégration par seconde.

Q 2

$$N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = N_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

t : temps en secondes (s) ;

N_0 : nombre de noyaux non-désintégrés dans l'échantillon, au temps $t = 0$;

N : nombre de noyaux non-désintégrés dans l'échantillon, au temps t ;

λ : constante radioactive, homogène à l'inverse d'un temps (s^{-1}) ;

τ : constante de temps, homogène à un temps (s).

Q 3 Dans la loi radioactive, l'exponentielle est sans unité, donc il doit en être de même de son argument :

$$\begin{aligned} [\lambda t] &= \text{sans unité} \\ [t] &= \mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad [\lambda] = \mathrm{s}^{-1} \\ [t/\tau] &= \text{sans unité} \\ [t] &= \mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad [\tau] = \mathrm{s} \end{aligned}$$

Q 4 Le signe - dans la loi de décroissance radioactive traduit la décroissance du nombre de noyaux non désintégrés avec le temps (= ce nombre de noyaux diminue).

Q 5 Dans un échantillon initial de N_0 noyaux radioactifs, le nombre N de noyaux radioactifs restant décroît exponentiellement avec le temps t, avec une constante de temps τ.

L'allure de la courbe est représentée dans « Révision et résumé ».

Q 6 Après un temps double du temps de demi-vie :

$$t = 2\,t_{1/2} \quad \Rightarrow \quad N = N_0\,\mathrm{e}^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \neq 0$$

Or $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$ et $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$ donc $\tau = \dfrac{t_{1/2}}{\ln 2}$; finalement :

$$N = N_0\,\mathrm{e}^{-2\ln 2} = \frac{N_0}{4} \neq 0$$

i. e., il reste des noyaux radioactifs.

Q 7 Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ dépend uniquement du nucléide considéré, et en rien de l'échantillon considéré. Que cet échantillon soit prélevé sur Terre ou sur Mars ne change rien (même supernova d'origine).

Q 8 $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$ et $\lambda = \dfrac{1}{\tau}$

Q 9 λ est, par définition, la probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps (unité s^{-1}).

Q 10 La demi-vie est le temps au bout duquel la moitié des noyaux d'un échantillon radioactif a subi une désintégration.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Q 11 En première approximation, la quantité de carbone 14 dans l'atmosphère est un constante depuis des milliers d'années. Et la quantité dans les organismes vivants, échangeant des gaz avec l'atmosphère, est aussi une constante.

À la mort de l'organisme vivant, les échanges avec l'atmosphère cessent, la quantité de carbone 14 dans la dépouille décroît exponentiellement. Il suffit alors de doser les quantités de carbone 14, et de comparer aux quantités de carbone 12, stable, pour en déduire la date de la mort.

Q 12 Le nombre moyen de désintégrations par seconde est l'activité $\mathcal{A}$ de l'échantillon. Elle dépend du nombre de noyaux, donc de la taille de l'échantillon.

Q 13 Non, les effets biologiques dépendent beaucoup de l'énergie des particules reçues et de la nature des tissus.

Exercices

6.1 N°8 p. 95 : Probabilité de désintégration

a. $\lambda_2 > \lambda_1$, donc la probabilité de désintégration du cobalt (noté 2) est plus élevée que celle du césium (noté 1), par définition même de λ.

b. $\tau = \dfrac{1}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \tau_1 = 1,4 \cdot 10^9 \text{ s} = 43 \text{ ans} \\ \tau_2 = 2,42 \cdot 10^8 \text{ s} = 7,65 \text{ ans} \end{cases}$

6.2 N°9 p. 95 : Constante de temps

a. Tracer une tangente à l'origine de la courbe (abscisse $t = 0$ jours, ordonnée $N/N_0 = 1$). Cette tangente coupe l'axe des abscisses en $\tau \simeq 11$ jours.

b. $\lambda = \dfrac{1}{\tau} = \dfrac{1}{11 \times 24 \times 3600} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
(conversion de τ en secondes nécessaire)

6.3 N°22 p. 60 : Cobalt 60

6.4 Lequel est le plus dangereux

a. Demi-vie : durée $t_{1/2}$ au bout de laquelle la moitié des noyaux d'un échantillon radioactif sont désintégrés.

b. On applique la loi de décroissance radioactive :

$$N = N_0 \, \mathrm{e}^{-\lambda t} \text{ et } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \Rightarrow N = N_0 \, \mathrm{e}^{-\ln 2 \frac{t}{t_{1/2}}}$$

N/N_0	8 jours	1 an	30 ans	300 ans
^{131}I	0,5	$1{,}8 \cdot 10^{-14}$	$4{,}8 \cdot 10^{-413}$	0
^{137}Cs	0,9995	0,98	0,5	$9{,}8 \cdot 10^{-4}$

(on a utilisé 1 an=365,25 jours).

c. Le césium est plus dangereux, car radioactif plus longtemps (danger des faibles doses chroniques).

d. Activités :

$$\mathcal{A}_{(\mathrm{I})} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}(\mathrm{I})} N_{(\mathrm{I})} \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_{(\mathrm{Cs})} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}(\mathrm{Cs})} N_{(\mathrm{Cs})}$$

Égalité de ces deux termes,

$$\Rightarrow \quad \frac{N_{(\mathrm{Cs})}}{N_{(\mathrm{I})}} = \frac{t_{1/2}(\mathrm{Cs})}{t_{1/2}(\mathrm{I})} = \frac{365,25}{8} \simeq 46$$

On peut donc considérer que le Césium est 46 fois plus dangereux que l'Iode.
Malheureusement, l'iode est aussi très dangereux, car il se fixe dans la thiroïde. Les effets biologiques ne dépendent pas uniquement de l'activité du nucléide, mais aussi des tissus touchés.

Problèmes

6.5 N°29 p. 99 : l'iode traceur radioactif

6.6 Datation au carbone 14

a.

$${}^{12}_{6}\mathrm{C} \begin{cases} 6 \text{ protons} \\ 6 \text{ neutrons} \end{cases}$$

$${}^{14}_{6}\mathrm{C} \begin{cases} 6 \text{ protons} \\ 8 \text{ neutrons} \end{cases}$$

Ce sont des isotopes.

b. Équations de conservation ou lois de Soddy :
- Conservation de la charge : $\sum Z = \text{cte}$;
- Conservation de la masse : $\sum A = \text{cte}$.

$${}^{14}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{0}_{1}\mathrm{e} + \gamma$$

Il apparaît une positron ou positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ en plus du noyau de carbone 14. Notons également qu'il est probable que le noyau fils soit formé dans un état excité, et qu'il se désexcite en émettant un rayonnement gamma γ.

c. L'émission β^- correspond à l'émission d'un électron, selon la réaction nucléaire d'équation-bilan :

$${}^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + \gamma$$

Notons à nouveau que l'émission de rayonnement gamma γ lors d'une éventuelle désexcitation du noyau fils n'est pas exclue.

d. Commençons par écrire la loi de désintégration radioactive :

$$N = N_0 \exp(-\lambda t)$$

ainsi que le lien entre constante radioactive λ et temps de demi-vie $t_{1/2}$:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad \Rightarrow \quad N = N_0 \exp\left(-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}\right)$$

L'énoncé indique que, pour 10^{12} atomes de carbone 12, il faut compter 1 atome de carbone 14 ; donc, pour $8 \cdot 10^{12}$ atomes de carbone 12, on a 8 atomes de carbone 14 :

$$N_0 = 8$$

Au bout du temps t recherché, ce nombre tombe à $N(t) = 1$, toujours pour $8 \cdot 10^{12}$ atomes de carbone 12. D'où le temps recherché :

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}\right) \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$$

Application numérique :

$$t = -\frac{5\,570}{\ln 2} \times \ln\left(\frac{1}{8}\right) = 16\,710 \text{ années}$$

Ces datations au carbone 14 étant entaché d'erreurs systématiques délicates à prendre en compte (variation de l'activité solaire, par exemple), on retiendras dix-sept milles ans pour l'âge de l'échantillon.

6.7 **Cailloux lunaires**

a. ${}^{40}_{19}\mathrm{K} \rightarrow {}^{40}_{18}\mathrm{Ar} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

b.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1,5 \cdot 10^9} = 4,6 \cdot 10^{-10} \text{ an}^{-1}$$

ou encore :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{1,5 \cdot 10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600} = 1,46 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

c. Il fallait comprendre que les roches ne contenaient que du potassium 40 lors de leur formation, et qu'ensuite le produit de désintégration, l'argon 40, reste piégé dans la roche.

On peut alors trouver le N_0 de la loi de désintégration radioactive en additionnant les nombres de noyaux de potassium 40 et d'argon 40 trouvés dans la roche.

Pour cela on passe par la définition du volume molaire :

$$\begin{cases} n_\mathrm{K} = \dfrac{V_\mathrm{K}}{V_\mathrm{m}} = \dfrac{82 \times 10^{-4} \times 10^{-3}}{22,4} = 3,66 \cdot 10^{-7} \text{ mol} \\ n_\mathrm{Ar} = \dfrac{V_\mathrm{Ar}}{V_\mathrm{m}} = \dfrac{1,66 \times 10^{-6} \times 10^{-3}}{22,4} = 7,41 \cdot 10^{-11} \text{ mol} \end{cases}$$

avec 1 cm^3 = 10^{-3} dm^3 = 10^{-3} L. On en déduit le nombre de noyaux :

$$\begin{cases} N_\mathrm{K} = n_\mathrm{K} \times \mathcal{N}_\mathrm{A} = 3,66 \cdot 10^{-7} \times 6,022 \times 10^{23} \\ N_\mathrm{Ar} = n_\mathrm{Ar} \times \mathcal{N}_\mathrm{A} = 7,41 \cdot 10^{-11} \times 6,022 \times 10^{23} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} N_\mathrm{K} = 2,20 \cdot 10^{17} \text{ noyaux} \\ N_\mathrm{Ar} = 4,46 \cdot 10^{13} \text{ noyaux} \end{cases}$$

Le nombre total de noyaux initial est donc :

$$N_0 = N_\mathrm{K} + N_\mathrm{Ar}$$

et le nombre de noyaux restants, non désintégrés au temps t recherché, est :

$$N(t) = N_\mathrm{K}$$

La loi de décroissance radioactive s'écrit :

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \quad \Rightarrow \quad N_\mathrm{K} = (N_\mathrm{K} + N_\mathrm{Ar}) \exp(-\lambda t)$$

$$\Leftrightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_\mathrm{K}}{N_\mathrm{K} + N_\mathrm{Ar}}\right)$$

Application numérique :

$$t = -\frac{1}{4,6 \cdot 10^{-10}} \times \ln\left(\frac{2,20 \cdot 10^{17}}{2,20 \cdot 10^{17} + 4,46 \cdot 10^{13}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad t \simeq 441 \text{ milles années.}$$

⋆⋆⋆