Exercice 1 – Le grand saut

Michel FOURNIER, *parachutiste français de 67 ans, a le projet de franchir le mur du son en chute « libre ». Il veut réaliser cet exploit en août 2012, en sautant d'un ballon à une altitude de 40 000 mètres au dessus du Canada. Un tel saut ne peut être tenté que fin avril ou fin août en raison des contraintes météo, cause des deux précédents échecs.*

Le document donné en annexe 2 est extrait d'un site internet. Il indique :
- Les différentes phases du saut (le « film du saut ») ;
- les deux records du monde à battre (d'Andreyev et de Kitinger) ;
- les principales caractéristiques de l'air à différentes altitudes (masse volumique, température et pression).

Dans cet exercice, on se propose de retrouver quelques précisions quantitatives données dans cette annexe 2.

Les trois parties sont indépendantes.

PARTIE A : La montée en ballon

Le ballon qui doit permettre la montée dans la haute atmosphère est constitué d'une enveloppe à laquelle est attachée une nacelle pressurisée emportant le sauteur avec son équipement. Ce ballon est gonflé avec de l'hélium.

Données :
Masse totale de l'ensemble { ballon + nacelle + sauteur } : $m = 1,6 \times 10^3$ kg
Volume total du ballon : $V_b = 4,0 \times 10^3\ \text{m}^3$
Au sol : intensité de la pesanteur : $g = 9,8\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$
masse volumique de l'air : $\mu = 1\,234\ \text{g} \cdot \text{m}^{-3}$

Comparer le poids de l'ensemble { ballon + nacelle + sauteur } au niveau du sol à celle de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le ballon. Conclure.

PARTIE B : Chute libre dans la haute atmosphère (stratosphère)

1. En utilisant le document en annexe 2, indiquer brièvement et sans faire de calcul la raison pour laquelle on peut faire l'hypothèse d'une chute libre pour cette première partie du saut.

2. Dans cette première phase, on suppose la vitesse initiale nulle au moment du largage à l'altitude de 40 km. On considèrera que l'accélération de la pesanteur vaut alors $g = 9,7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Lorsque la vitesse du son est atteinte (1 067 km/h) :

a. Calculer la durée de chute depuis le largage.
b. Calculer la hauteur de chute et l'altitude atteinte.
c. Comparer ces résultats avec les données du document. Conclure.

PARTIE C : Chute dans la basse atmosphère (troposphère)

À partir de l'altitude de 10 km, le sauteur avec son équipement de masse 200 kg, pénètre dans les couches denses de l'atmosphère avec une vitesse initiale de 309 km/h. Dans cette zone, la valeur de l'accélération de la pesanteur est $g = 9,8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. On admet que l'ensemble des forces exercées par l'air sur le sauteur peut se modéliser par une force de frottement dont la valeur f est reliée à la vitesse v par la relation :

$$f = k \cdot v^2 \quad \text{avec} \quad k = 0,78 \text{ unités S.I.}$$

À partir d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de la constante k dans le Système International.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$, au cours de la chute. On utilisera un axe vertical dirigé vers le bas.

3. Pour déterminer l'évolution de la vitesse, on utilise la méthode itérative d'Euler, avec un pas de résolution $\Delta t = 0,5$ s.

a. Soient v_n la vitesse à l'instant t_n et v_{n+1} la vitesse à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Montrer que l'équation différentielle prédédente peut se mettre sous la forme :

$$v_{n+1} = v_n + A - B \cdot v_n^2$$

où $A = 4,9$ S.I. et $B = 1,95 \times 10^{-3}$ S.I.
Préciser les formules littérales et les unités des constantes A et B.

b. En utilisant le graphe (figure 1) représentatnt la vitesse v en fonction du temps t calculé avec la relation précédente, mesurer en justifiant :
- l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour atteindre la vitesse limite ;
- la valeur de cette vitesse limite, exprimée en km/h. Comparer cette valeur avec la prévision indiquée sur le film du saut.

Donnée : l'exponentielle décroissante se confond avec son asymptote, à 1 % près, pour $t = 5\tau$, avec τ obtenu grâce à la tangente à l'origine.

Nom : .... Prénom : ....

Annexe 1

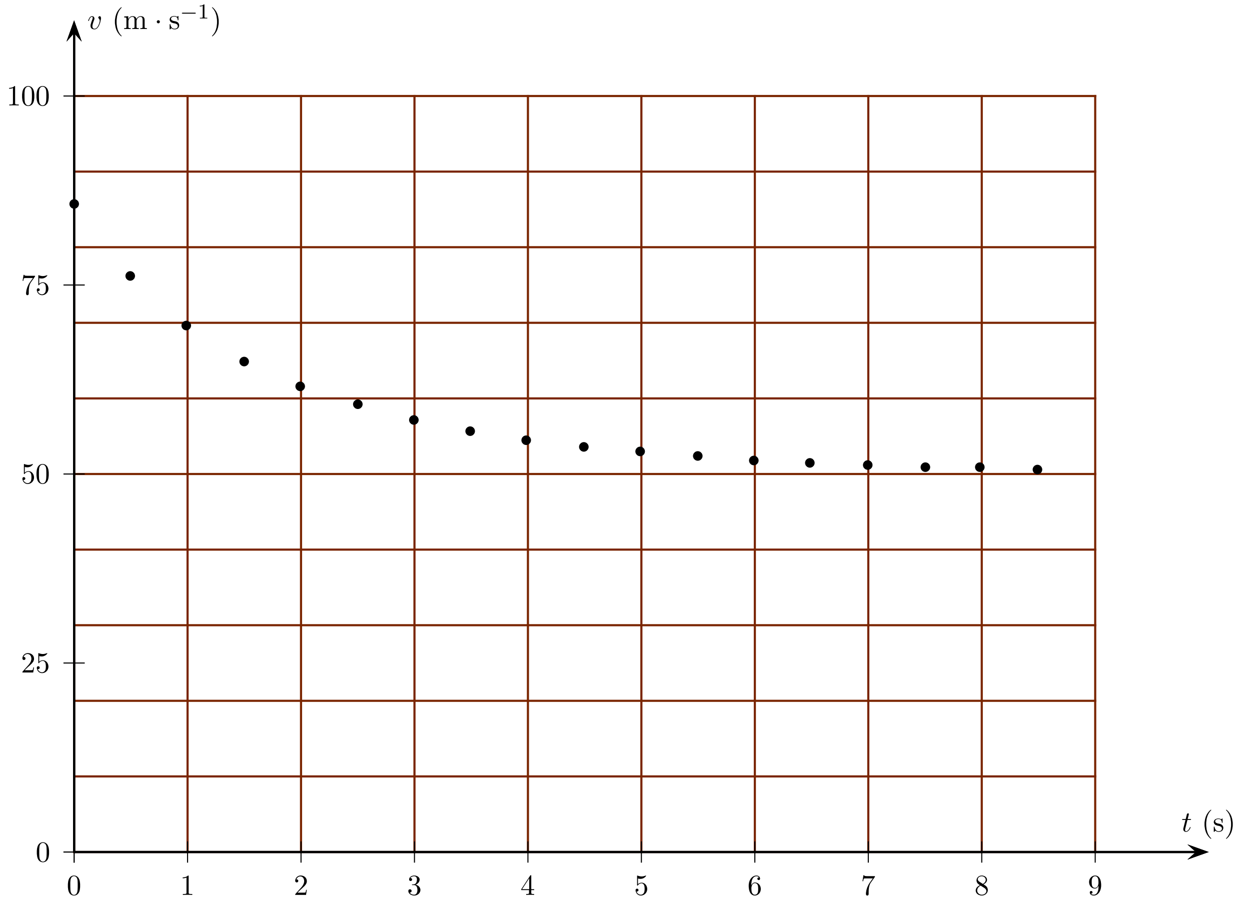
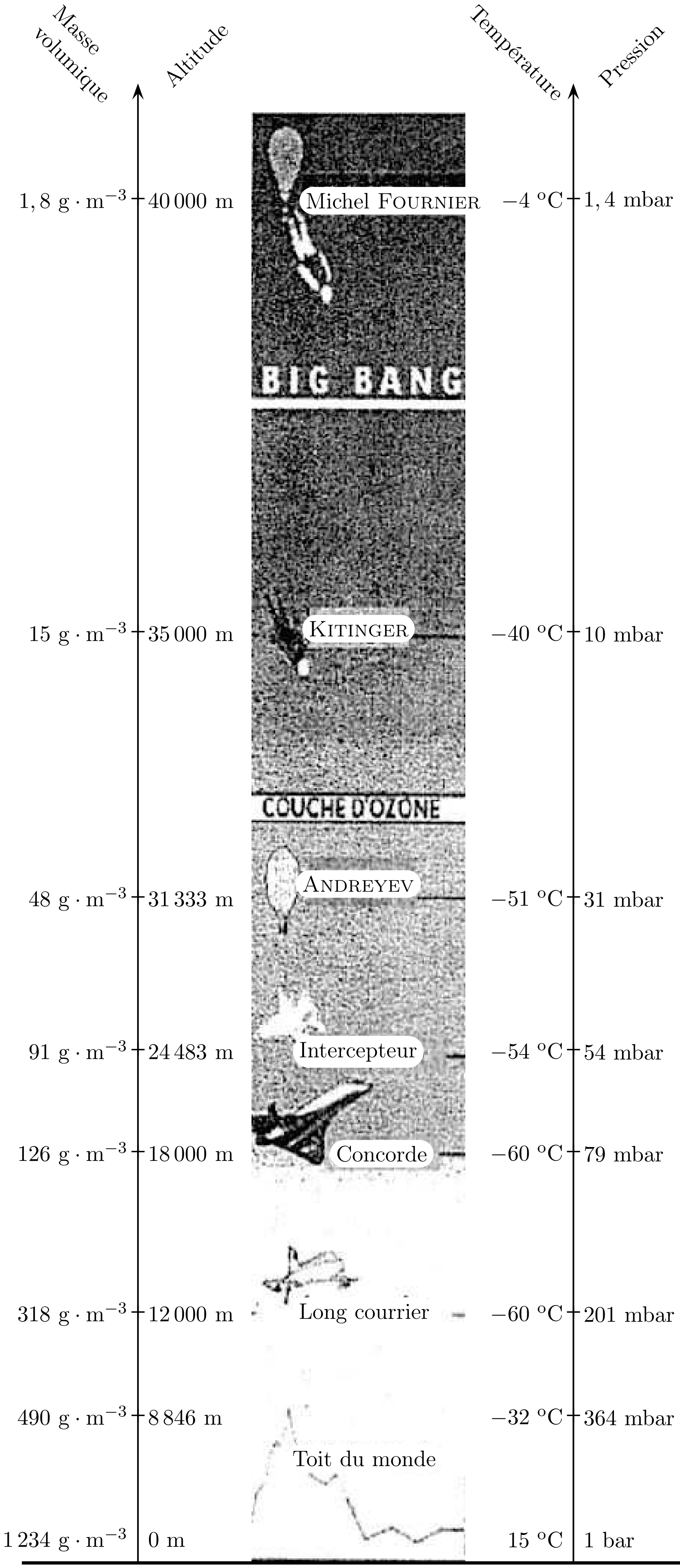


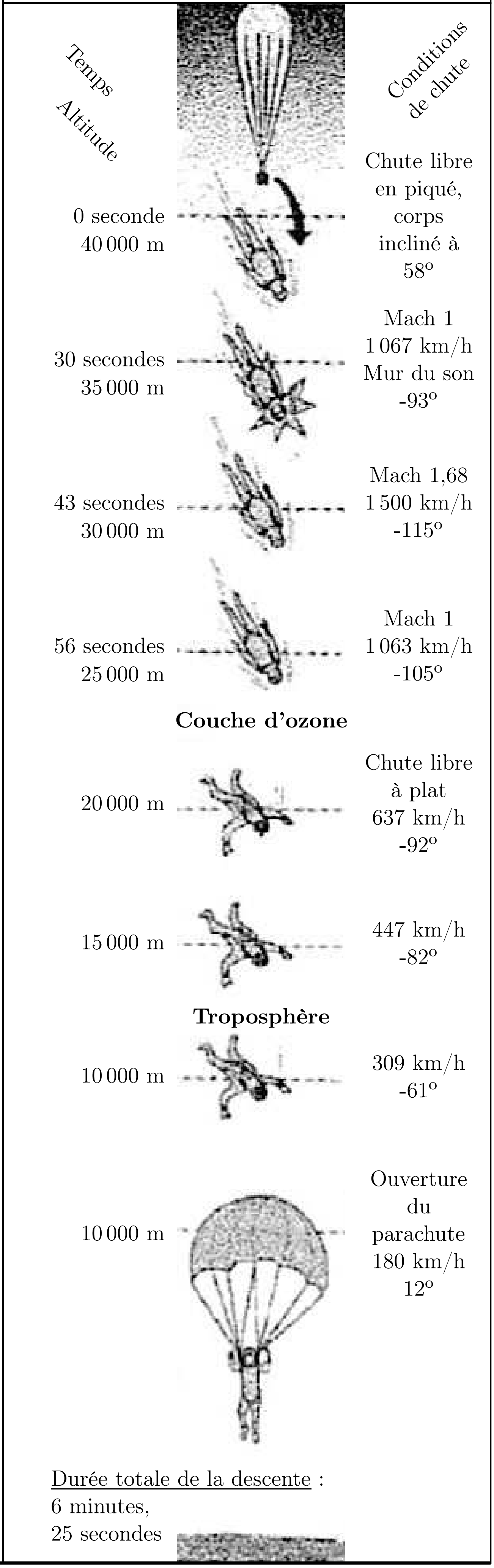
Fig. 1 – Courbe $v = f(t)$

Fig. 2 – Michel Fournier

Annexe 2



⋆⋆⋆ **Le film du saut** ⋆⋆⋆



Exercice 2 – La galiote

La galiote était un navire de guerre qui fit son apparition à la fin du XVII$^{\text{ème}}$ siècle, sous le règne de Louis XIV. Les galiotes possédaient de lourds canons, fixés au pont, projetant des boulets de 200 livres (environ 100 kg) portant jusqu'à 1 200 toises (environ 2400 m).
Selon la description détaillée de RENAU, Inspecteur Général de la Marine, ces bâtiments sont destinés à emporter des canons en mer. Ils sont de moyenne grandeur et à fond plat. De par leur fabrication, l'angle de tir des canons est fixe et a pour valeur $\alpha = 45^{\circ}$, ce qui permet de tirer à la plus grande distance possible.
La structure d'une galiote est très robuste pour résister à la réaction considérable du boulet et leur échantillon(*) est ordinairement très fort.

(*) Échantillon : dimension et épaisseur des pièces utilisées en construction navale.

1. Action de la poudre de canon sur le boulet

L'éjection du boulet est provoquée par la combustion de la poudre. Une force de poussée est donc exercée sur le boulet par l'ensemble {navire + canon + gaz}.
Justifier l'expression soulignée dans le texte encadré ci-dessus, à l'aide d'une des trois lois de NEWTON. Énoncer cette loi (on pourra s'aider d'un schéma).

2. La trajectoire du boulet

On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G du boulet de masse m. L'étude est faite dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Le repère d'étude est (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) et l'origine des dates est choisie à l'instant où le boulet part du point O (voir figure 5 ci-contre).

Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ du point G est incliné d'un angle α (appelé angle de tir) par rapport à l'horizontale. Une fois le boulet lancé, la force de poussée de la partie précédente n'intervient plus.

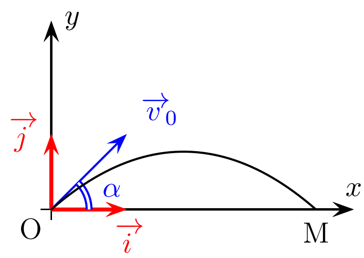


FIG. 5 – Trajectoire du boulet.

Données :
Boulet de volume $V = 12,7\ \text{dm}^3 = 12,7$ L et de masse $m = 100$ kg ;
Masse volumique de l'air $\rho = 1,3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
Intensité de la pesanteur $g = 9,8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2.1. *Inventaire des forces agissant sur le boulet après son lancement*

2.1.1. La poussée d'ARCHIMÈDE
Donner l'expression littérale de la valeur F_{A} de la poussée d'ARCHIMÈDE puis la calculer.

2.1.2. Le poids
Calculer la valeur P du poids du boulet après avoir précisé son expression littérale.

2.1.3. Dans cet exercice, on pourra négliger la poussée d'ARCHIMÈDE devant le poids si la valeur de ce dernier est au moins cent fois plus grande que celle de la poussée d'ARCHIMÈDE.
Montrer que l'on est dans cette situation.

2.1.4. Pendant le vol, compte tenu de la masse, de la vitesse et de la forme du boulet, on fait l'hypothèse que les forces de frottement dans l'air sont négligeables devant le poids.
En tenant compte de la remarque et des résultats précédents, établir le bilan des forces exercées sur le système {boulet} pendant le vol.

2.2. *Équation de la trajectoire*

Dans toute cette partie, on négligera la poussée d'ARCHIMÈDE et on ne tiendra pas compte des forces de frottement dues à l'air.

2.2.1. En appliquant la deuxième loi de NEWTON, montrer que les équations horaires du mouvement du point G s'écrivent :

$$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t$$
$$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t$$

2.2.2. Montrer que l'équation de la trajectoire peut se mettre sous la forme $y(x) = Ax^2 + B$. On donnera les expressions littérales de A et B et on précisera leurs unités respectives.

2.3. *Portée du tir*

L'équation de la trajectoire du boulet peut se mettre sous la forme $y(x) = x \cdot (Ax + B)$.
Au cours d'un tir d'entraînement, un boulet tombe dans l'eau. Dans ces conditions, la distance entre le point de départ du boulet et son point M d'impact sur l'eau est appelée portée (voir figure 5 page 3). On négligera la différence d'altitude entre les points O et M devant les autres distances.

2.3.1. Exprimer la portée d du tir en fonction de A et B.

2.3.2. L'expression littérale de la portée d en fonction de v_0, α et g est :

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Retrouver, en la justifiant, la valeur $\alpha = 45°$ donnée dans le texte, pour laquelle la portée est maximale, pour une vitesse v_0 donnée.

2.3.3. À partir de la question précédente et des données, calculer la vitesse initiale du boulet pour atteindre la portée maximale donnée dans le texte.

2.3.4. En fait, les frottements dans l'air ne sont pas négligeables.
Avec un angle de tir restant égal à 45°, la vitesse initiale du boulet doit-elle être supérieure ou inférieure à celle trouvée à la question **2.3.3** pour obtenir la même portée maximale ? Justifier sans calcul.

⋆⋆
⋆

Correction du DSn°5 (rattrapage) – TS1 2012
Chutes

Exercice 1 – Le grand saut

PARTIE A : La montée en ballon

Poids de l'ensemble (ballon + nacelle + sauteur) :

$$P = mg = 1,6 \times 10^3 \times 9,8 = 1,6 \times 10^4 \text{ N}$$

Poussée d'Archimède appliquée sur l'ensemble : on néglige le volume de la nacelle et du sauteur, devant celui du ballon :

$$\Pi = \mu V_b g = 1,234 \times 4,0 \times 10^3 \times 9,8 = 4,8 \times 10^4 \text{ N}$$

Si on compare les deux :

$$\frac{\Pi}{P} = \frac{4,8}{1,6} = 3$$

La poussée d'Archimède est donc trois fois plus importante que le poids total du ballon. En conclusion, on constate donc que la poussée d'Archimède est suffisante pour assurer l'ascension du ballon à partir du sol.

PARTIE B : Chute libre dans la haute atmosphère

1. Dans la stratosphère, les pressions atmosphériques sont très faibles (quatrièmes graduations en partant de la gauche sur l'annexe), la masse volumique de l'air rencontré à cette altitude est extrémement faible (premières graduations à gauche sur l'annexe). Au maximum, on a un rapport de :

$$\frac{1\,234 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}}{1,8 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}} \simeq 700$$

L'air étant 700 fois plus ténu, la chute peut être considérée comme libre, c'est-à-dire exempte de tout frottement. On peut ainsi considérer que le sauteur évolue dans un excellent vide.

2. a. Système : sauteur ;
Référentiel : terrestre supposé galiléen ;
Bilan des forces : poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$, vertical, descendant, appliqué au centre d'inertie du sauteur ;
Deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$

Projection sur un axe vertical descendant :

$$\vec{a} = a\,\vec{k} \quad \Rightarrow \quad a(t) = g$$

Intégration par rapport au temps :

$$v(t) = gt + v_0$$

Condition initiale :

$$v(t=0) = v_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad v(t) = gt$$

$$\Leftrightarrow \quad t = \frac{v}{g}$$

Notons $t_{\mathcal{M}}$ la durée de chute nécessaire pour atteindre la vitesse du son :

$$v_{\mathcal{M}} = 1\,067 \text{ km/h} = 296,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \quad t_{\mathcal{M}} = \frac{v_{\mathcal{M}}}{g} = \frac{296,4}{9,7} = 30,5 \text{ s}$$

b. Intégration par rapport au temps de $v(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 + x_0$$

Condition initiale : on a fait le choix d'un axe vertical descendant pour la projection, on peut choisir l'origine de cet axe à 40 km d'altitude :

$$x(t=0) = x_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad x(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

La hauteur de chute est notée $x_{\mathcal{M}}$:

$$x_{\mathcal{M}} = \frac{1}{2} \times 9,7 \times (30,5)^2 = 4\,512 \text{ m}$$

L'altitude atteinte est notée $h_{\mathcal{M}}$:

$$h_{\mathcal{M}} = 40\,000 - 4\,512 = 35\,488 \text{ m}$$

c. Le document en annexe indique $t_{\mathcal{M}} = 30$ s et $h_{\mathcal{M}} = 35$ km. Les valeurs calculées sont conformes à ces données, à 1,4 % près.
En conclusion, on voit que l'hypothèse d'une chute libre est justifiée pour cette première partie du saut (sur cet exemple on constate l'importance de vérifier en fin de problème les hypothèses qui ont été utilisées au début pour la résolution).

PARTIE C : Chute dans la basse atmosphère

1. La force f est en newtons, la vitesse v en mètres par seconde, et la constante k s'exprime par :

$$f = kv^2 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{f}{v^2}$$

$$\Rightarrow \quad [k] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = \text{N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2}$$

De plus le newton est une unité que l'on peut exprimer par exemple avec la deuxième loi de Newton :

$$f = ma \quad \Rightarrow \quad [f] = \text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Donc finalement :

$$[k] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

2. Système : sauteur ;
Référentiel : terrestre supposé galiléen ;
Bilan des forces :
– poids $P = mg$, vertical, descendant, appliqué au centre d'inertie du sauteur ;

– force de frottement fluide $f = kv^2$, colinéaire au vecteur vitesse, de sens inverse au mouvement, appliquée au centre de la surface perpendiculaire au déplacement.

Deuxième loi de Newton :

$$\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\,\overrightarrow{a} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{P} + \overrightarrow{f} = m\,\overrightarrow{a}$$

Projection sur un axe vertical descendant :

$$P - f = ma \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{k}{m}v^2$$

3. a. La dérivée de la vitesse peut être approximée par la formule :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \simeq \frac{v_{\text{n}+1} - v_{\text{n}}}{t_{\text{n}+1} - t_{\text{n}}} = \frac{v_{\text{n}+1} - v_{\text{n}}}{\Delta t}$$

L'équation différentielle de la vitesse $v(t)$ s'écrit alors :

$$\frac{v_{\text{n}+1} - v_{\text{n}}}{\Delta t} = g - \frac{k}{m}v_{\text{n}}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad v_{\text{n}+1} - v_{\text{n}} = g\Delta t - \frac{k\Delta t}{m}v_{\text{n}}^2$$

$$\Leftrightarrow \quad v_{\text{n}+1} = v_{\text{n}} + g\Delta t - \frac{k\Delta t}{m}v_{\text{n}}^2$$

Cette formule est identique à celle proposée par l'énoncé :

$$\Leftrightarrow \quad v_{\text{n}+1} = v_{\text{n}} + A - Bv^2$$

avec les valeurs suivantes pour les constantes A et B (qui dépendent du pas de calcul Δt) :

$$A = g\Delta t \quad \text{et} \quad B = \frac{k\Delta t}{m}$$

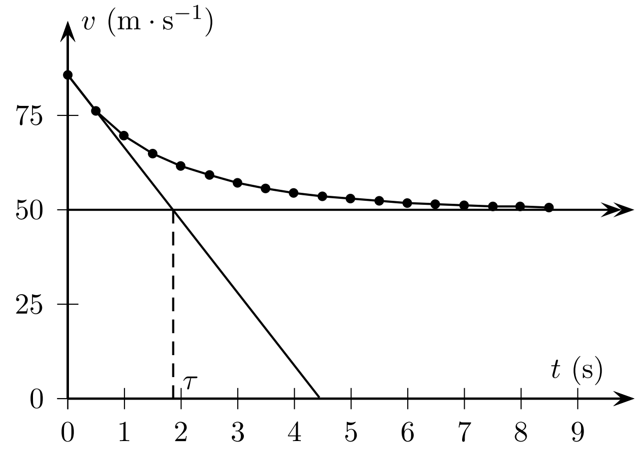
Les unités des constantes sont :

$$[A] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{s} \quad \text{et} \quad [B] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}}{\text{kg}}$$

$$\Rightarrow \quad [A] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{et} \quad [B] = \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$$

On vérifie que A a l'unité d'une vitesse, et B l'unité de l'inverse d'une vitesse, en accord avec la formule proposée par l'énoncé.

b. Sur le graphique de la figure 1, on trace la tangente à l'origine :



et l'asymptote horizontale :

$$v = v_{\text{lim}} \simeq 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On note ensuite le temps τ pour lequel la tangente à l'origine coupe l'asymptote : $\tau \simeq 1,86$ s.
Le temps que la vitesse v atteigne la vitesse limite, à 1 % près, vaut $5\tau = 5 \times 1,86 \simeq 9$ s.
La valeur de la vitesse limite en kilomètres par heure est :

$$v_{\text{lim}} = 50 \times 3,6 \simeq 180 \text{ km/h}$$

Cette valeur est exactement celle indiquée juste avant l'ouverture du parachute (une fois ce dernier ouvert, la vitesse est bien plus faible).

Exercice 2 – La galiote

1. Loi de l'action et de la réaction, ou troisième loi de Newton : « Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit une force d'intensité égale, de même direction mais de sens opposé, exercée par le corps B ».
La force de poussée exercée par l'ensemble { galiote + canon + gaz } est égale et opposée à la réaction exercée par le système { boulet }.

2.1.1. Poussée d'Archimède : égale et opposée au poids du fluide déplacé, ici l'air, de masse volumique ρ, avec V pour le volume déplacé :

$$\overrightarrow{F}_{\text{A}} = -\rho V\,\overrightarrow{g}$$

(La relation vectorielle étant certainement facultative). En intensité :

$$F_{\text{A}} = \rho V g = 1,3 \times 16 \times 10^{-3} \times 10$$
$$F_{\text{A}} = 2,1 \times 10 \times 10^{-3} \times 10 = 0,21 \text{ N}$$

2.1.2. Poids :

$$\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{g}$$

Intensité :

$$P = mg = 100 \times 10 = 1\,0 \times 10^{-3} \text{ N}$$

2.1.3. Rapport des intensités :

$$\frac{P}{F_{\text{A}}} = \frac{1\,0 \times 10^{-3}}{0,21}$$

Ce rapport est supérieur à 100. On est bien dans le cas où on peut négliger la poussée d'Archimède.

2.1.4. Bilan des forces sur le système { boulet } : poids $\overrightarrow{P}$. Toutes les autres forces sont négligeables, conformément aux questions précédentes. Il s'agit donc d'une chute libre.

2.2.1. Deuxième loi de Newton :

$$\begin{aligned} & \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_{\text{G}} \\ \Rightarrow \quad & \vec{P} = m\,\vec{g} = m\,\vec{a}_{\text{G}} \\ \Rightarrow \quad & \vec{a}_{\text{G}} = \vec{g} \end{aligned}$$

Projection dans le repère $(\text{O}, \vec{i}, \vec{j})$:

$$\vec{a}_{\text{G}} = \left| \begin{array}{l} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{array} \right.$$

Intégration par rapport au temps :

$$\vec{v}_{\text{G}} = \left| \begin{array}{l} \dot{x} = v_{0\,x} \\ \dot{y} = -gt + v_{0\,y} \end{array} \right.$$

Conditions initiales : $\vec{v}_{\text{G}}(t = 0) = \vec{v}_0$

$$\Rightarrow \quad v_{0\,x} = v_0 \cos\alpha \quad \text{et} \quad v_{0\,y} = v_0 \sin\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v}_{\text{G}} = \left| \begin{array}{l} \dot{x} = v_0 \cos\alpha \\ \dot{y} = -gt + v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$$

Seconde intégration par rapport au temps :

$$\overrightarrow{\text{OG}} = \left| \begin{array}{l} x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t + x_0 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t + y_0 \end{array} \right.$$

Conditions initiales : G en O à $t = 0$

$$\Rightarrow \quad x_0 = 0 \quad \text{et} \quad y_0 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{\text{OG}} = \left| \begin{array}{l} x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t \end{array} \right.$$

2.2.2. Éliminons t en l'exprimant à l'aide de $x(t)$:

$$x(t) = (v_0 \cos\alpha)\, t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

Remplaçons dans l'expression de $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha} \right)^2 + v_0 \sin\alpha \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \quad y(x) = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + (\tan\alpha)\, x$$

Identification avec la solution proposée par l'énoncé :

$$\begin{cases} A = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2\alpha} \\ B = \tan\alpha \end{cases}$$

Analyse dimensionnelle :

$$\begin{cases} [A] = \frac{\text{m.s}^{-2}}{(\text{m.s}^{-1})^2} = \frac{\text{m.s}^{-2}}{\text{m}^2.\text{s}^{-2}} = \text{m}^{-1} \\ [B] = \text{sans unité} \end{cases}$$

2.3.1. La portée d est la distance entre les deux points de passage à l'altitude nulle $y = 0$:

$$y = x(Ax + B) = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ Ax + B = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{B}{A} \text{ noté } d \end{cases}$$

2.3.2. La portée d est maximale en fonction de α pour $\sin 2\alpha = 1$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad 2\alpha &= \frac{\pi}{2} \text{ (modulo } 2\pi) \\ \Rightarrow \quad \alpha &= \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^{\text{o}} \end{aligned}$$

2.3.3. L'encadré indique une portée maximale de 1 200 toises ou 240 mètres ;

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \Leftrightarrow \quad v_0^2 = \frac{dg}{\sin 2\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{dg}{\sin 2\alpha}}$$

Avec $d = 240$ m, $g = 10$ m.s^{-2} et $\sin 2\alpha = 1$:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad v_0 &= \sqrt{24\,000} = \sqrt{2{,}4 \times 10^4} \\ \Rightarrow \quad v_0 &= \sqrt{2{,}4} \times 10^2 = 1{,}5 \times 10^2 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

2.3.4. Les frottements de l'air vont ralentir le boulet, lui faire perdre de l'énergie ; sa portée maximale sera donc plus faible.
Réciproquement, pour obtenir une même portée maximale, il faudra donc une vitesse supérieure.

DS5 (rattrapage) TS1 2012

Partie A **.../4**

- ❑ Poids $P = 16\,000$ N
- ❑ Archimède $\Pi = 48\,000$ N
- ❑ 3× plus forte
- ❑ Ascension possible

Partie B **.../12**

- ❑ Pression et/ou densité très faibles
- ❑ Donc pas de frottements fluides, chute libre
- ❑ $a(t) = g$ ou équivalent
- ❑ $v(t) = gt$ ou équivalent
- ❑ $t_{\mathcal{M}} = v_{\mathcal{M}}/g$
- ❑ $t_{\mathcal{M}} = 30,5$ s
- ❑ $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$ ou équivalent
- ❑ Hauteur $x_{\mathcal{M}} = 4\,512$ m
- ❑ Altitude $h_{\mathcal{M}} = 35\,488$ m
- ❑ Valeurs conformes
- ❑ À 1 % près
- ❑ Hypothèse chute libre justifiée

Partie C **.../13**

- ❑ $[k] = \mathrm{N.s^2.m^{-2}}$
- ❑ $[k] = \mathrm{kg.m^{-1}}$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{k}{m}v^2$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \frac{k}{m}v^2$
- ❑ Démonstration Euler
- ❑ Démonstration Euler
- ❑ $A = d\,\Delta t$
- ❑ $B = k\,\Delta t/m$
- ❑ $[A] = \mathrm{m.s^{-1}}$ ou vitesse
- ❑ $[B] = \mathrm{s.m^{-1}}$ ou inverse vitesse
- ❑ 9 secondes
- ❑ 5τ utilisé, τ tracé
- ❑ 180 km/h, accord parfait

La galiote **.../18**

- ❑ Énoncé 3$^{\text{ème}}$ loi de Newton
- ❑ Explication 2 systèmes
- ❑ $F_{\mathrm{A}} = \rho g V$
- ❑ $F_{\mathrm{A}} = 0,21$ N
- ❑ $P = mg = 1,0 \times 10^3$ N *(tout ou rien)*
- ❑ $P/F_{\mathrm{A}} \gg 1$ donc poussée d'Archimède négligeable
- ❑ Bilan des forces : poids du boulet
- ❑ 2$^{\text{ème}}$ loi de Newton ou $\overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a}_{\mathrm{G}}$
- ❑ $\begin{cases} m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = 0 \\ m\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = -mg \end{cases}$ *(ou projection correcte équivalente)*
- ❑ Double intégration
- ❑ Double conditions initiales (x en cos et y en sin)
- ❑ $A = -\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{g}{v_0^2 \cos^2\alpha}$
- ❑ $B = \tan\alpha$
- ❑ A en $\mathrm{m^{-1}}$ et B sans unité + analyse dimensionnelle
- ❑ $d = -B/A$
- ❑ sinus max pour 90° donc portée max pour $\alpha = 90/2 = 45°$
- ❑ $v_0 = \sqrt{d_{\max} g} \simeq 1,5 \times 10^2\ \mathrm{m.s^{-1}}$
- ❑ Vitesse du boulet supérieure

Total .../47

Note **.../20**