

Exercice 1 – Le télescope de Newton

Un télescope de Newton est constitué de trois éléments optiques principaux :

- l'objectif (miroir concave convergent noté M_1) ;
- le miroir secondaire (miroir plan noté M) ;
- l'oculaire (lentille convergente notée L).

Le télescope amateur, dont la fiche technique figure ci-

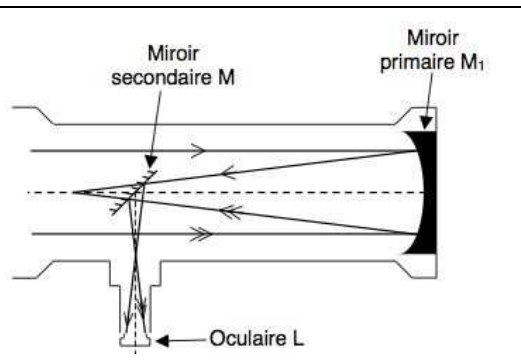
dessous, est utilisé par un élève pour observer la planète Mars sous son diamètre apparent. Le télescope sera considéré comme afocal. Les quatre figures en annexe seront à compléter et à rendre avec la copie.

Échelle pour les quatre figures :

10 mm sur la feuille correspondent à 100 mm pour le télescope.

Caractéristiques

Objectif : miroir concave à courbure parabolique
 Focale : 720 mm
 Diamètre : 130 mm
 Pouvoir séparateur : 0,89"
 Magnitude limite : 12,4
 Clarté : 469×
 Grossissement maxi théorique : 325



1. Miroir sphérique

Envisageons le miroir M_1 , en l'assimilant à un miroir sphérique.

- 1.1. Définir la distance focale d'un miroir concave.
- 1.2. Sur la figure 1, positionner le sommet (S), le centre (C) et le foyer (F_1) en respectant l'échelle.
- 1.3. Construire sur la figure 1 l'image A_1B_1 de la planète Mars située à l'infini.

2. Miroir secondaire

On considère maintenant le miroir plan M associé au miroir concave M_1 comme indiqué sur la figure 2. L'image A_2B_2 donnée par ce miroir plan est notée sur le schéma de cette figure 2.

- 2.1. À partir de A_2B_2 , replacer par construction géométrique l'image intermédiaire A_1B_1 de Mars sur la figure 2.
- 2.2. Quel rôle joue l'image intermédiaire A_1B_1 pour le miroir plan M ?

3. Oculaire

Aux deux éléments optiques précédents, on associe une lentille convergente L qui constitue l'oculaire, comme indiqué sur la figure 3.

- 3.1. Placer le foyer objet F_2 de la lentille.
- 3.2. Où se situe l'image définitive de la planète Mars observée à l'aide de ce télescope ?
- 3.3. Justifier la réponse précédente en traçant, sur la figure 3, la marche des deux rayons caractéristiques, à partir du point B_2 et traversant la lentille L .

4. Grossissement

- 4.1. Le grossissement maximal du télescope, noté G , correspond au quotient de la distance focale de

l'objectif f'_1 par la distance focale de l'oculaire f'_2 :

$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

À partir des données de la fiche technique du télescope, calculer la distance focale f'_2 de l'oculaire. On n'essayera pas de vérifier cette mesure sur les schémas, qui sont volontairement faussés sur ce point particulier, pour permettre un tracé plus facile.

- 4.2. Le grossissement G est aussi égal au quotient du diamètre apparent α' sous lequel est vu l'astre à travers le télescope par le diamètre apparent α sous lequel est vu l'astre à l'œil nu, soit :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

La planète Mars est observée sous le diamètre apparent $\alpha = 14'' = 3,88 \times 10^{-3}$ degrés.

- 4.2.1. Définir le diamètre apparent α .
- 4.2.2. Calculer le diamètre apparent α' .
- 4.2.3. Continuer le tracé de la marche d'un rayon issu de Mars, tel qu'indiqué sur la figure 4. Pour faciliter la construction, l'angle représenté sur la figure 4 est plus grand qu'en réalité.
- 4.2.4. Faire figurer l'angle α' sur la figure 4.

5. Cercle oculaire

- 5.1. De quoi le cercle oculaire est-il l'image ? Quelle est son utilité ?
- 5.2. Calculer la position $\overline{O_2A_C}$ du cercle oculaire.
- 5.3. Calculer le diamètre $\overline{A_CB_C}$ du cercle oculaire.

Exercice 2 - Le café décaféiné

Selon la légende, le café fut remarqué pour la première fois quelques 850 ans avant notre ère : un berger du Yémen nota que ses brebis étaient dans un état d'excitation inhabituel lorsqu'elles consommaient les baies d'un arbre des montagnes... On considère que c'est la caféine contenue dans les grains de café de ces baies qui était l'espèce responsable de cette excitation.

Le café est fabriqué à partir de la torréfaction des graines de café. Les graines torréfiées sont ensuite moulues.

Plus la teneur en caféine d'une tasse de café est importante, plus l'excitation du consommateur sera grande. Pour éviter les inconvénients liés à la présence de caféine, on peut trouver des cafés décaféinés, c'est-à-dire contenant dix à quinze fois moins de caféine. Le but de l'exercice est d'étudier la principe de la fabrication d'un café décaféiné, puis la fabrication de boissons à base de caféine, et enfin de déterminer la concentration en caféine de tasses de café normal, de « déca » et de « soda », pour déterminer celui qui est le plus excitant.

Les quatre parties du problème sont largement indépendantes.

1. Préparation du décaféiné

Pour obtenir un café décaféiné, il faut extraire la caféine. Ce processus s'appelle décaféiner. L'extraction de la caféine s'effectue au niveau des grains de café cru, donc avant le processus de torréfaction. Il importe cependant de n'extraire que la caféine lors de ce processus, tout en préservant toutes les substances contribuant à la formation de l'arôme du café. Ceci peut être réalisé avec un solvant se liant à la caféine : le dichlorométhane.

Les grains crus sont humidifiés à l'eau et sont ensuite trempés pendant une demi-heure dans le dichlorométhane. Ce traitement est répété un certain nombre de fois. On considère pour simplifier que les volumes respectifs V_{eau} et V_{orga} des phases aqueuse et organique sont égaux.

Après l'extraction de la caféine, les grains sont lavés longuement à la vapeur, afin d'éliminer des restes éventuels du produit. Les grains sont ensuite séchés à l'air chaud et refroidis à l'air froid. Pour terminer, le café est torréfié, moulu et emballé selon la méthode usuelle.

Néanmoins, il est techniquement très difficile d'extraire la totalité de la caféine contenue dans le café.

1.1. On note C la molécule de caféine, $C_{(\text{aq})}$ quand la caféine est en solution aqueuse, comme dans les grains de café cru, et $C_{(\text{orga})}$ quand la caféine est en solution dans le dichlorométhane. L'équation-bilan de la réaction d'extraction s'écrit :

$$C_{(\text{aq})} = C_{(\text{orga})}$$

À l'état initial, la concentration de la caféine dans les grains de café vert vaut $[C_{(\text{aq})}]_i =$

50 mg.L^{-1} . Après une demi-heure, la concentration vaut $[C_{(\text{aq})}]_f = 12 \text{ mg.L}^{-1}$. Calculer $Q_{r,i}$ et $Q_{r,f}$.

1.2. Expliquer pourquoi, comme indiqué dans le texte, il est intéressant de répéter l'extraction par le solvant « un certain nombre de fois ».

2. Utilisation de la caféine pour le soda

Lors de l'extraction de la caféine, il est intéressant de conserver la caféine extraite, en vue d'utiliser cette dernière pour préparer des sodas. On va donc maintenant s'intéresser aux moyens de récupérer cette caféine pure.

Données :

	Dans le dichlorométhane	Dans l'eau à 25°C	Dans l'eau à 65°C
Solubilité de la caféine	importante	faible	très importante

Le dichlorométhane a pour densité $d = 1,3$ et se trouve à l'état liquide dans les conditions de l'expérience. Il n'est pas miscible à l'eau.

L'extraction se fait en quatre étapes :

Étape 1 Dans un ballon surmonté d'un réfrigérant, on introduit les cosses de café vert et de l'eau distillée. Le chauffage et l'agitation durent deux heures.

Étape 2 La phase aqueuse précédente est refroidie et mélangée à du dichlorométhane, sous agitation, pendant une demi-heure. La phase organique est recueillie, les cosses encore présentent dans la phase aqueuse servant à préparer le décaféiné (partie 1 précédente).

Étape 3 La phase organique est mélangée à du sulfate de magnésium anhydre puis filtrée.

Étape 4 Après évaporation du solvant, on obtient une poudre blanche qui contient principalement de la caféine.

2.1. Dans l'étape 1, quel est le rôle du réfrigérant ? Le schématiser surmontant le ballon sans oublier la circulation d'eau.

2.2. En utilisant les données, justifier le chauffage dans la première étape.

2.3. Pour l'étape 2, dessiner le dispositif permettant de recueillir la phase organique et indiquer la position des phases aqueuse et organique. Dans quelle phase se trouve la quasi-totalité de la caféine extraite (justifier) ?

2.4. Dans l'étape 2, quelle technique est mise en œuvre ?

2.5. Quel est le rôle du sulfate de magnésium anhydre ?

3. Préparation de solutions de caféine de différentes concentrations

On dispose au laboratoire d'une solution de caféine de référence, de concentration 32 mg.L^{-1} . On désire préparer trois solutions de concentrations 4 mg.L^{-1} , 8 mg.L^{-1} , 12 mg.L^{-1} et 16 mg.L^{-1} .

Parmi le matériel suivant, indiquer celui utilisé pour préparer la solution de caféine de concentration 16 mg.L^{-1} . Justifier votre choix. Matériel à disposition :

- béchers de 100 mL et 200 mL ;
- fioles jaugées de 5,0 mL ; 10,0 mL et 50,0 mL ;
- pipettes jaugées de 2,0 mL et 5,0 mL ;
- éprouvette graduée de 5 mL.

4. Mesure d'absorbance

On utilise un spectrophotomètre correctement réglé pour mesurer l'absorbance de trois solutions de caféine :

- une solution notée n°1 préparée avec du café normal ;

- une solution notée n°2 préparée avec du décaféiné ;
- une solution notée n°3 préparée avec du soda à base de caféine.

On trouve $A_1 = 0,533$ pour la boisson 1, $A_2 = 0,047$ pour la 2 et $A_3 = 0,774$ pour la 3. On rappelle la loi de Beer-Lambert, c désignant la concentration en caféine, et k une constante :

$$A = kc$$

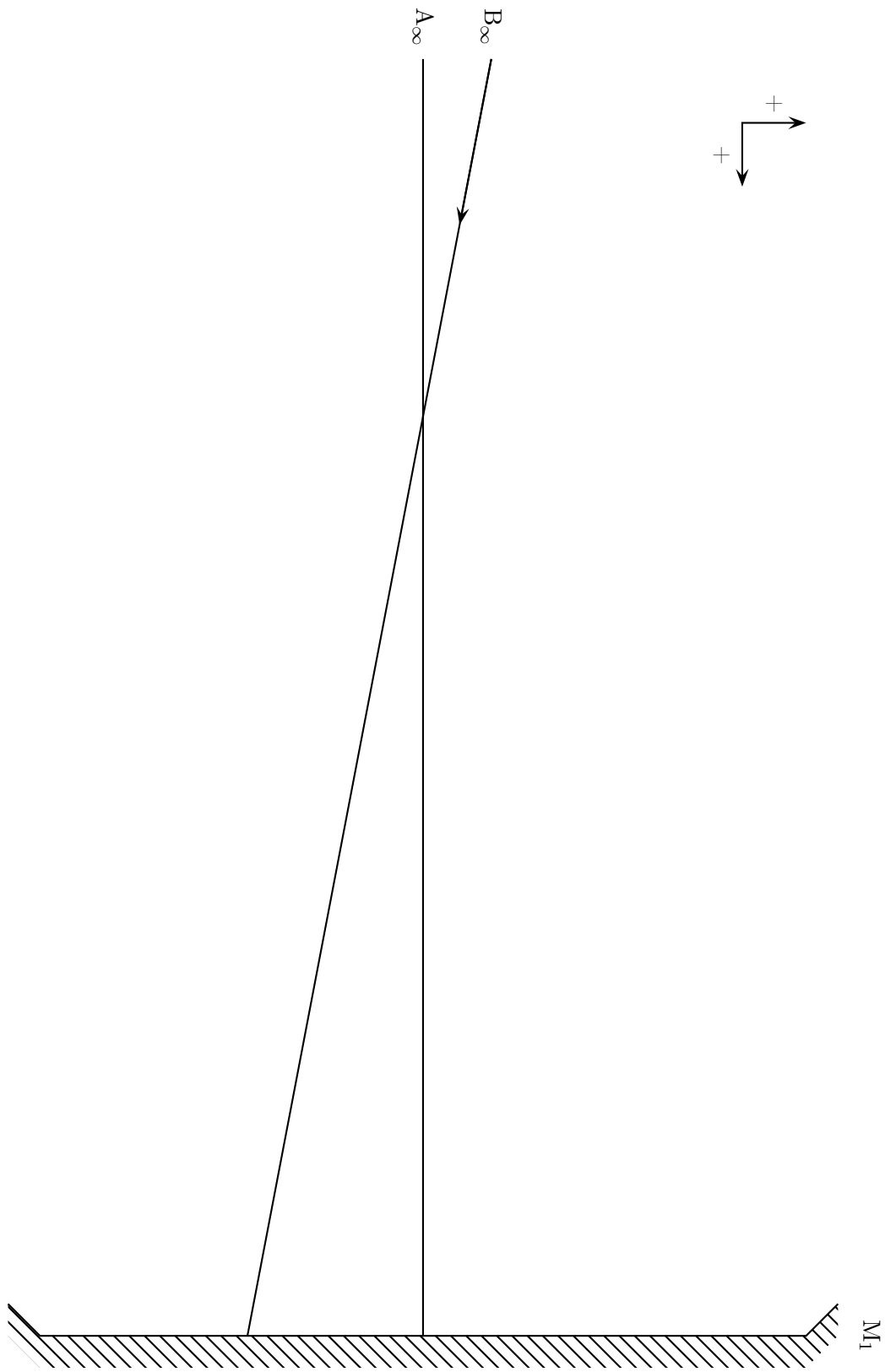
On a aussi mesurer l'absorbance des cinq solutions de référence dont il est question au **3** :

$c \text{ (mg.L}^{-1}\text{)}$	4	8	12	16	32
A	0,040	0,080	0,120	0,160	0,320

4.1. Quelle est la boisson la plus excitante pour le consommateur ?

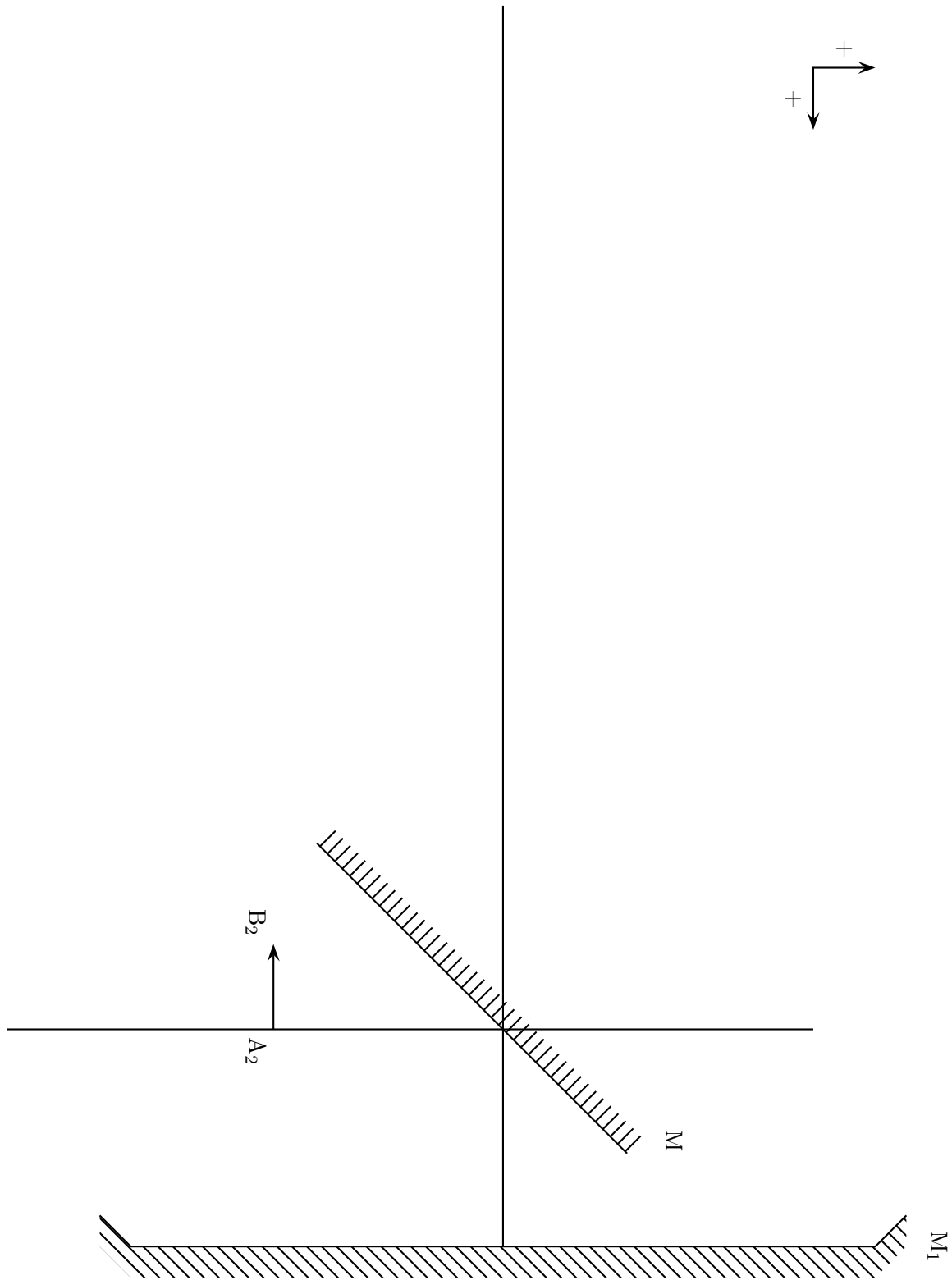
4.2. Le « déca » est-il correctement décaféiné ? Justifier.

Figure 1



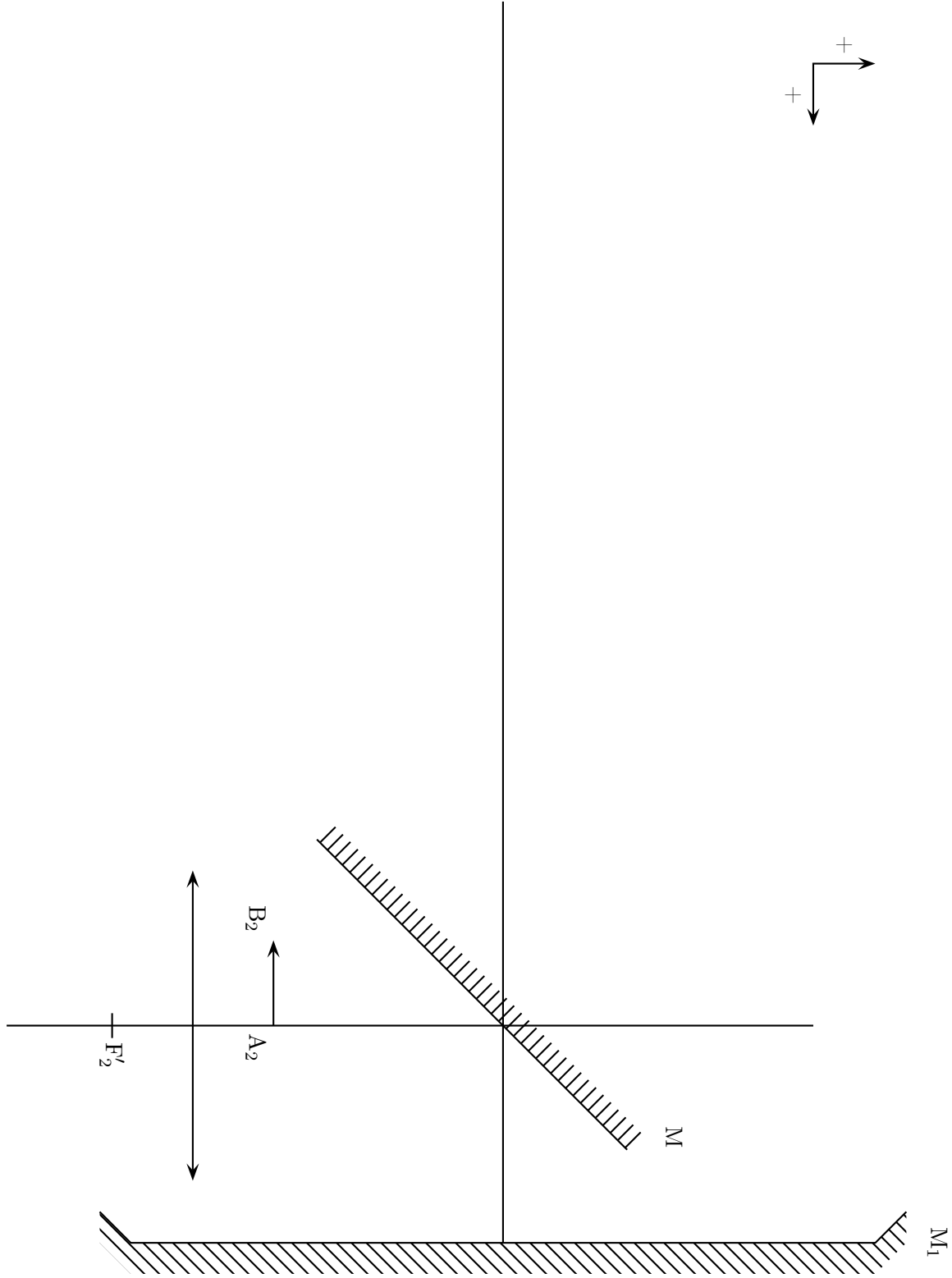
Nom : Prénom

Figure 2



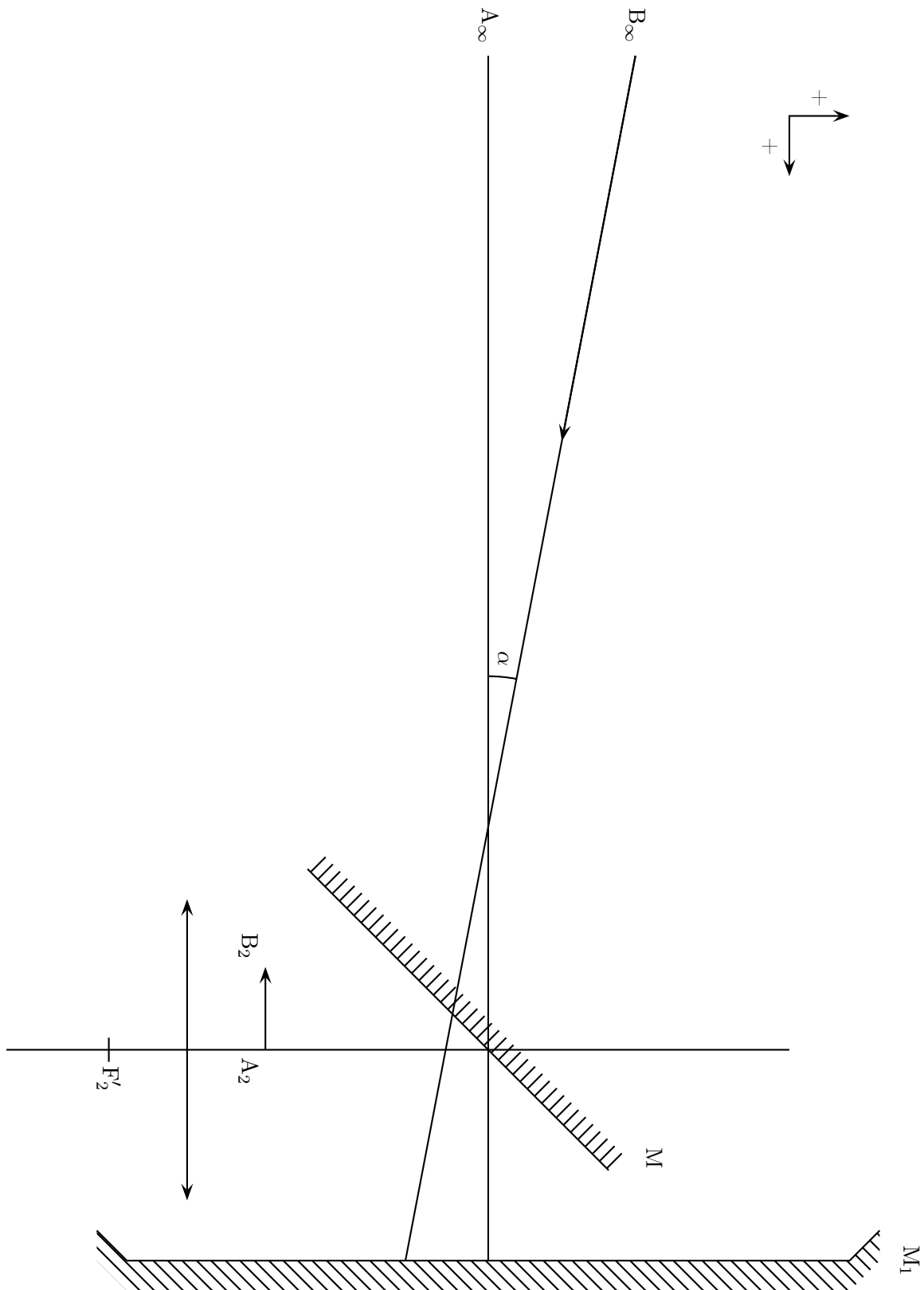
Nom : Prénom

Figure 3



Nom : Prénom

Figure 4



Nom : Prénom

Exercice 1 – Le télescope de Newton

1. Miroir sphérique

1.1. $f' = \frac{R}{2}$ ou encore $\overline{F'S} = \frac{\overline{CS}}{2}$

2. Miroir secondaire

2.2. L'image intermédiaire A_1B_1 joue le rôle d'objet pour le miroir plan M.

3. Oculaire

3.2. L'image définitive $A'B'$ de la planète Mars se situe à l'infini, puisque A_2B_2 est dans le plan focal de la lentille oculaire L.

4. Grossissement

4.1. $G = \frac{f'_1}{f'_2} \Rightarrow f'_2 = \frac{f'_1}{G}$
 $\Rightarrow f'_2 = \frac{720}{325} = 2,22 \text{ mm}$

4.1.1. $\alpha = \frac{AB}{d}$ + figure avec un œil.

4.1.2. $G = \frac{\alpha'}{\alpha} \Rightarrow \alpha' = G\alpha$

$\Rightarrow \alpha' = 325 \times 3,88 \times 10^{-3} = 1,26 \text{ degrés}$

5. Cercle oculaire

5.1. Le cercle oculaire est l'image de la monture de l'objectif (miroir M_1). Il concentre tous les faisceaux lumineux sortant du télescope, c'est donc l'endroit

idéal où placer l'œil pour recevoir un maximum de lumière.

5.2. Distance lentille L — miroir objectif M_1 pour un télescope afocal :

$$\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2 = 720 + 2,22 = 722,22 \text{ mm}$$

Formule de conjugaison pour L, A_c étant l'image de O_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A_c}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

$$\Rightarrow \overline{O_2A_c} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{O_2O_1}} + \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}}$$

$$\Rightarrow \overline{O_2A_c} = \frac{1}{\frac{1}{-722,22} + \frac{1}{2,22}} = 2,23 \text{ mm}$$

5.3. Grandissement pour L :

$$\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A_c}}{\overline{O_2O_1}} = \frac{2,23}{-722,22} = -3,08 \times 10^{-3}$$

Diamètre de l'objectif : 130 mm ;

\Rightarrow Diamètre de l'oculaire :

$$130 \times 3,08 \times 10^{-3} = 0,401 \text{ mm}$$

Le diamètre est nettement inférieur à celui de la pupille, l'observation avec cet instrument sera facile même si l'œil n'est pas exactement positionné au cercle oculaire.

Exercice 2 – Le café décaféiné

1. Préparation du décaféiné

1.1. Quotient de réaction à l'état initial :

$$Q_{r,i} = \frac{[C_{(orga)}]_i}{[C_{(aq)}]_i}$$

À l'état initial, la quantité de caféine dans la phase organique est nulle, puisque l'extraction n'a pas encore débutée; par conséquent, $[C_{(orga)}]_i = 0$ et donc $Q_{r,i} = 0$.

Quotient de réaction à l'état final :

$$Q_{r,f} = \frac{[C_{(orga)}]_f}{[C_{(aq)}]_f}$$

La quantité de caféine présente à l'état initial se trouve répartie entre les deux phases à l'état final :

$$n(C_{(aq),i}) = n(C_{(aq),f}) + n(C_{(orga),f})$$

En divisant par les volumes des phases $V_{\text{eau}} = V_{\text{orga}}$ qui se trouvent justement être égales, on passe directement aux concentrations :

$$[C_{(aq)}]_i = [C_{(aq)}]_f + [C_{(orga)}]_f$$

Les deux premières concentrations sont connues, on peut calculer la valeur de la troisième :

$$\Rightarrow [C_{(orga)}]_f = [C_{(aq)}]_i - [C_{(aq)}]_f$$

$$\Rightarrow [C_{(orga)}]_f = 50 - 12$$

$$\Rightarrow [C_{(orga)}]_f = 38 \text{ mg.L}^{-1}$$

Le quotient de réaction fait intervenir la concentration molaire $[C]$ (en mol.L^{-1}) en caféine, et pas la concentration massique ou titre massique t (en g.L^{-1}), tel que :

$$t = \frac{m}{V} ; [C] = \frac{n}{V} \quad \text{et} \quad n = \frac{m}{M} \quad \Rightarrow \quad [C] = \frac{t}{M}$$

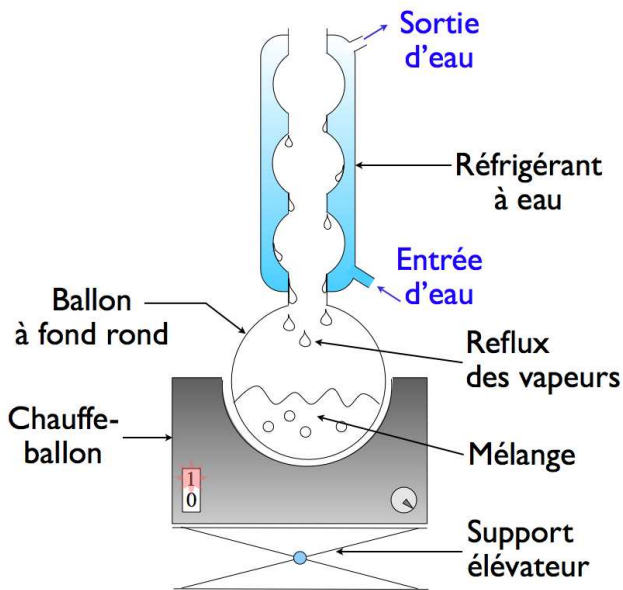
Or comme nous calculons un rapport des deux concentrations, sans aucun autre exposant, le dénominateur M se simplifie et on peut donc directement diviser les concentrations massiques :

$$Q_{r,f} = \frac{38}{12} = 3,2$$

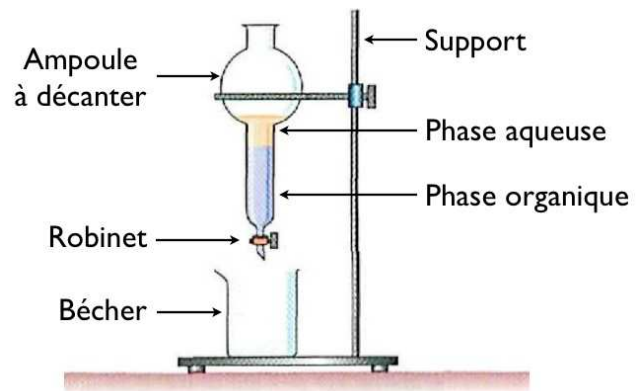
- 1.2. Lors de cette première extraction, la réaction est limitée, et mène à un équilibre, pour lequel la concentration en caféine est approximativement triple dans la phase organique que dans la phase aqueuse ; si on recommence cette même extraction avec un nouveau volume de phase organique pure, un nouvel équilibre avec le reste de caféine non encore extrait va s'établir, pour lequel il ne restera plus qu'approximativement un neuvième de la caféine dans la phase aqueuse. Et *et cetera* : il faut répéter l'extraction autant de fois que nécessaire pour améliorer le rendement de l'extraction.

2. Utilisation de la caféine pour le soda

- 2.1. Le réfrigérant permet de condenser les vapeurs, et assure un reflux de l'eau dans le ballon tout au long de la *décoction*. Lorsque qu'un ballon est ainsi surmonté d'un réfrigérant, on parle d'un chauffage à reflux, qui permet de chauffer assez fort sans perte de matière :



- 2.2. Les données indiquent que la solubilité de la caféine est faible dans l'eau à 25°C, et très importante dans l'eau à 65°C. Par conséquent, cette décoction va permettre de dissoudre la majorité de la caféine dans l'eau.
- 2.3. Le dispositif permettant de recueillir la phase organique est une ampoule à décanter, telle que schématisée ci-dessous ; l'opération proprement dite est la *coulée*. La densité de la phase organique $d = 1,3$ étant supérieure à 1, elle se décante. La majorité de la caféine se trouve dans la phase organique, puisque d'après les données la solubilité de la caféine dans le dichlorométhane est forte.



- 2.4. La technique mise en œuvre dans l'étape 2 est l'extraction par solvant.
- 2.5. Le sulfate de magnésium anhydre est un desséchant, il permet d'éliminer les dernières traces d'eau encore présentes dans la phase organique.
3. Préparation de solutions de caféine de différentes concentrations

Il faut mener à bien une dilution, de la solution mère n°1 à la solution fille n°2 :

$$\begin{cases} c_1 = 32 \text{ mg.L}^{-1} \\ V_1 = \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} c_2 = 16 \text{ mg.L}^{-1} \\ V_2 = \end{cases}$$

$$c_1 V_1 = c_2 V_2 \Leftrightarrow V_2 = V_1 \frac{c_1}{c_2} = 2 V_1$$

Un choix possible de deux volumes dans un facteur deux est la pipette jaugée de volume $V_1 = 5,0 \text{ mL}$ pour la solution mère, et la fiole jaugée de volume $V_2 = 10,0 \text{ mL}$ pour la solution fille.

4. Mesure d'absorbance

- 4.1. La boisson la plus excitante est celle qui contient la concentration en caféine la plus élevée. L'absorbance étant proportionnelle à la concentration, sans aucun calcul on peut en déduire, quant au niveau d'excitation :

$$\text{Boisson 3} > \text{Boisson 1} > \text{Boisson 2}$$

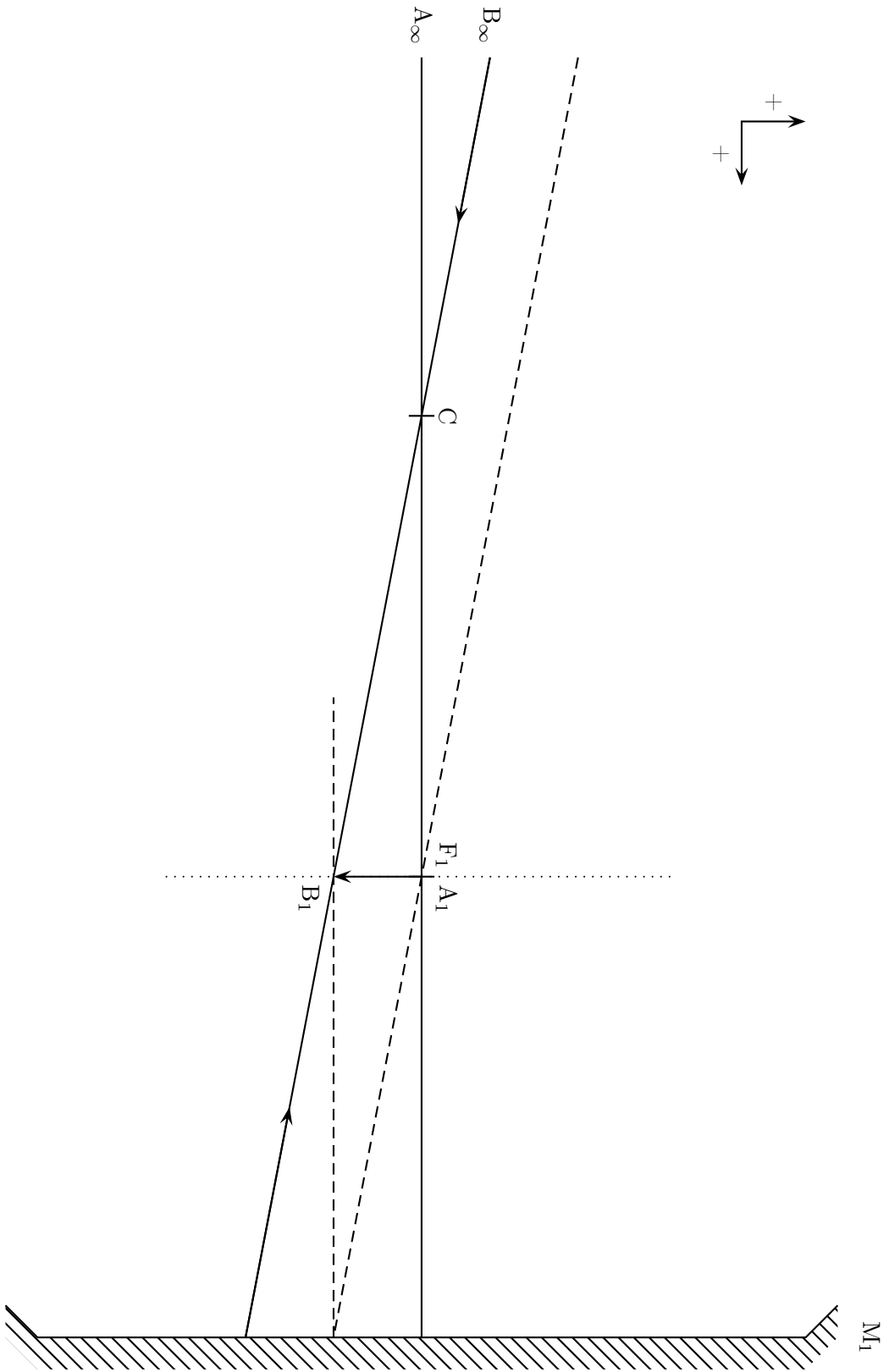
C'est donc le soda qui est le plus excitant.

- 4.2. Le texte indique qu'un café décaféiné doit contenir entre dix et quinze fois moins de caféine qu'un café normal. Deux possibilités ici : soit vous trouvez la concentration en caféine en utilisant l'absorbance de solutions de référence (qui indique $A = 0,001 \times c$ avec c en mg.L^{-1}), soit vous formez le rapport des absorbances du café et de la caféine :

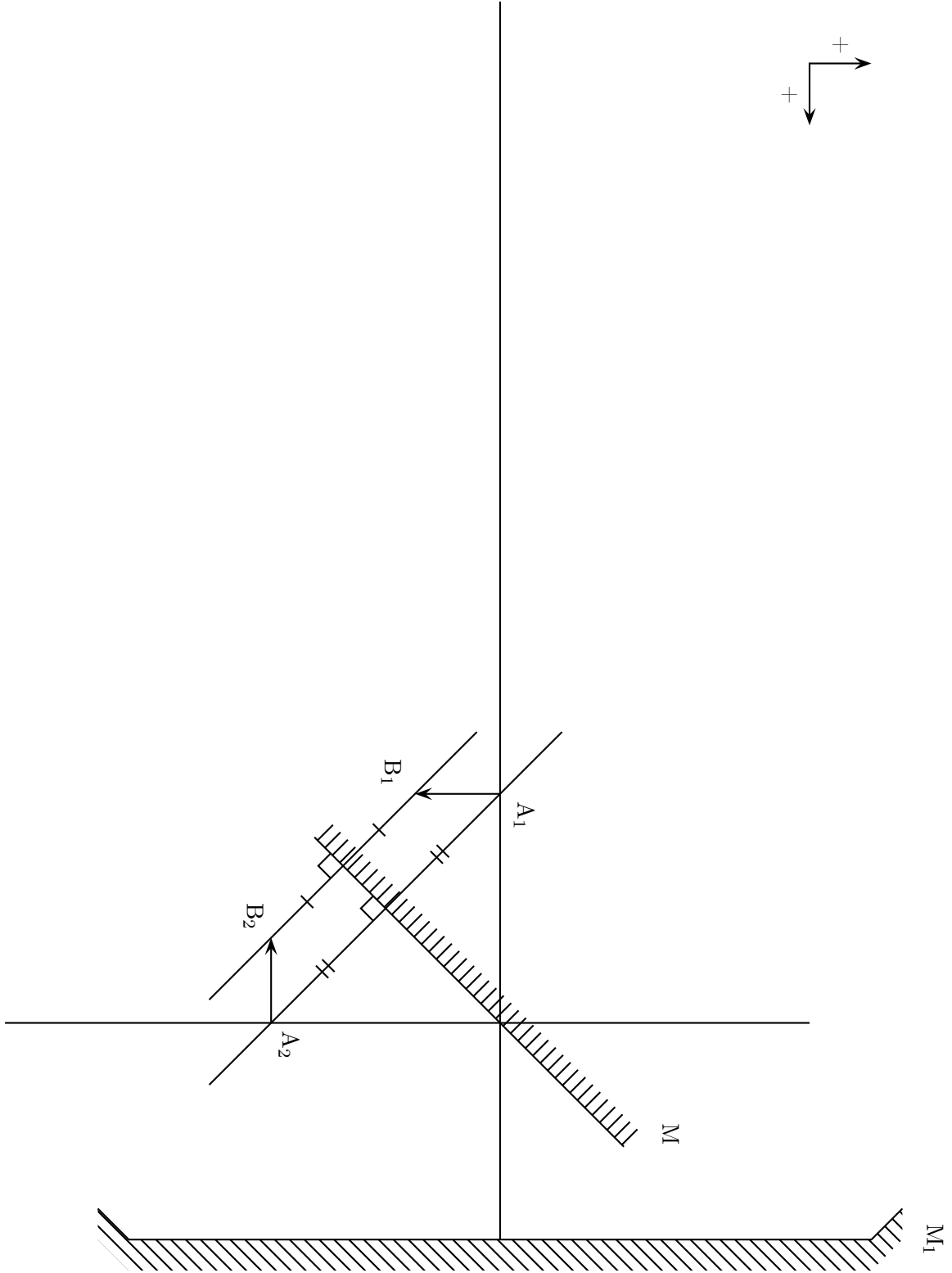
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{0,533}{0,047} = 11 \quad \text{et} \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{kc_1}{kc_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Les deux concentrations sont donc dans un facteur onze, le café mérite bien le qualificatif de « décaféiné » (il faut néanmoins ne pas en boire onze tasses par jour pour autant !).

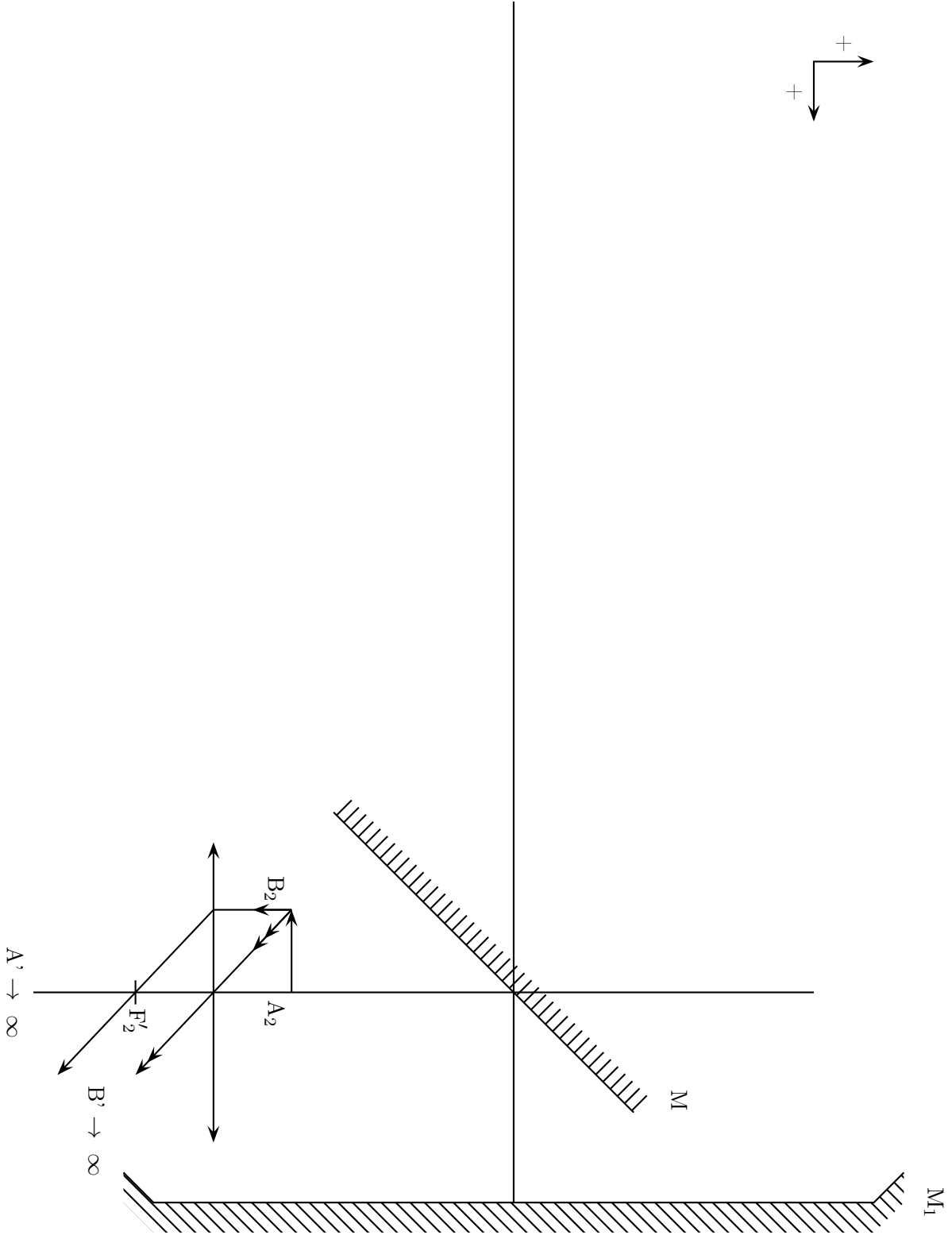
Correction Figure 1



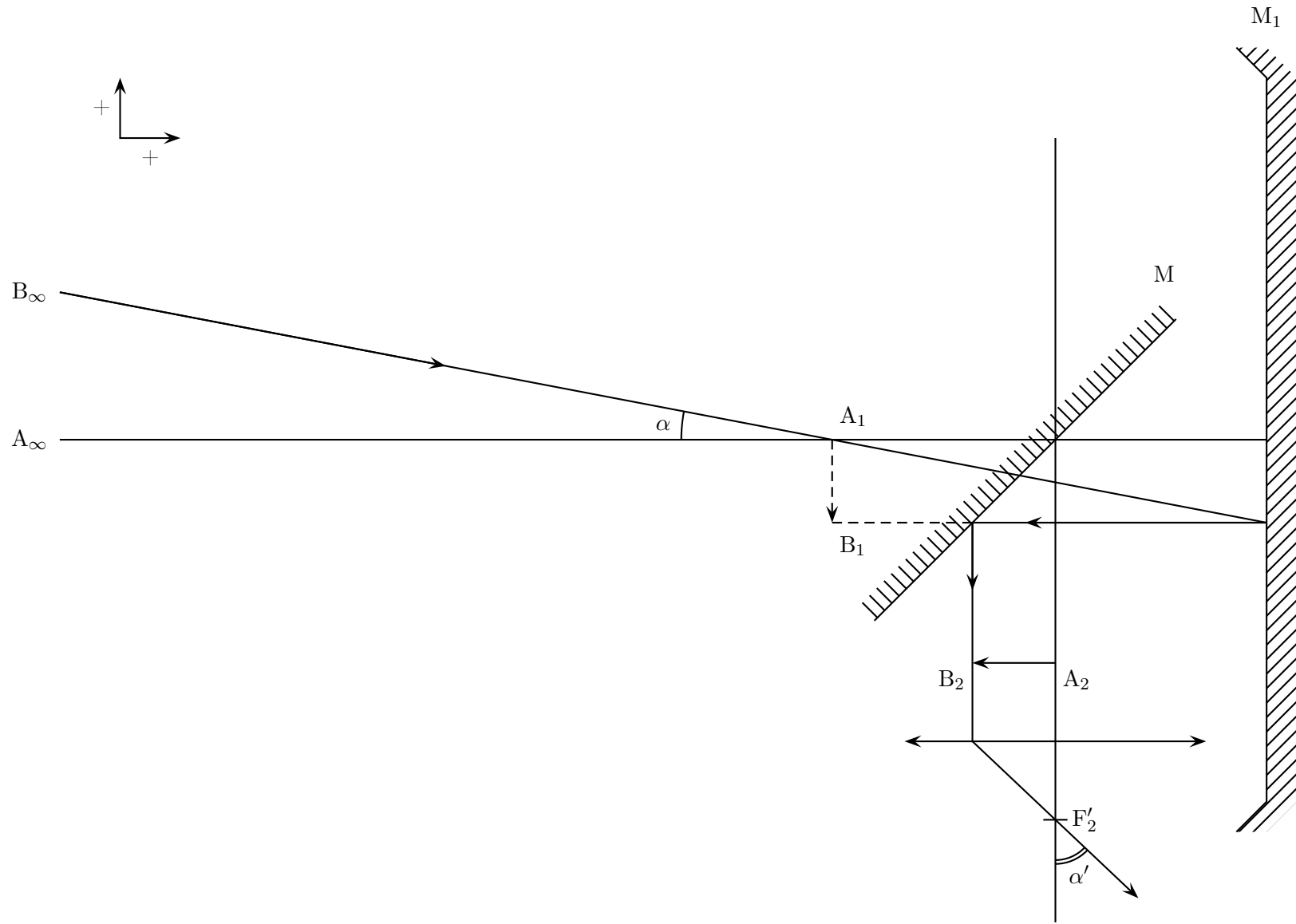
Correction Figure 2



Correction Figure 3



Correction Figure 4



Constructions

../10

- F1 : positions de C et de F₁
- F1 : rayon revenant sur lui-même
- F1 : A₁B₁
- F2 : A₁B₁
- F2 : tracé géométrique
- F3 : tracé des rayons
- F3 : A'B' à l'∞
- F4 : fin du tracé du rayon
- F4 : fin du tracé du rayon
- F4 : bonus si A₁B₁ aligné
- F4 : angles α et α'

Réponses 1 à 4

.../6

- $f' = R/2$
- A₁B₁ objet pour M
- A'B' à l'∞
- $f'_2 = 2,22$ mm
- $\alpha = AB/d$ + figure
- $\alpha' = 1,26^\circ$ ou $2,20 \times 10^{-2}$ rad

Cercle oculaire

.../4

- Cercle oculaire
- $\overline{O_2A_c} = 2,23$ mm
- $\overline{O_2A_c} = 2,23$ mm
- 0,401 mm
- 0,401 mm
- Bonus comparaison pupille

Décaféiné

.../20

- Expression $Q_{r,i}$
- Expression $Q_{r,f}$
- $Q_{r,i} = 0$
- $Q_{r,f} = 3,2$
- Réaction limitée
- Condenser les vapeurs
- Intérêt du chauffage, justifié
- Schéma montage à reflux
- « Ampoule à décanter »
- Schéma ampoule à décanter
- Position des phases
- Caféine dans le dichlorométhane, justifié
- « Extraction par solvant »
- Desséchant
- Dilution $V_2 = 2V_1$ justifiée
- Pipette jaugée, éprouvette jaugée
- Choix 10 mL et 5 mL, ou équivalent
- Le soda, boisson n°3
- Déca correct, justifié
- Déca correct, justifié

Total

.../40

Note

.../20

Constructions

../10

- F1 : positions de C et de F₁
- F1 : rayon revenant sur lui-même
- F1 : A₁B₁
- F2 : A₁B₁
- F2 : tracé géométrique
- F3 : tracé des rayons
- F3 : A'B' à l'∞
- F4 : fin du tracé du rayon
- F4 : fin du tracé du rayon
- F4 : bonus si A₁B₁ aligné
- F4 : angles α et α'

Réponses 1 à 4

.../6

- $f' = R/2$
- A₁B₁ objet pour M
- A'B' à l'∞
- $f'_2 = 2,22$ mm
- $\alpha = AB/d$ + figure
- $\alpha' = 1,26^\circ$ ou $2,20 \times 10^{-2}$ rad

Cercle oculaire

.../4

- Cercle oculaire
- $\overline{O_2A_c} = 2,23$ mm
- $\overline{O_2A_c} = 2,23$ mm
- 0,401 mm
- 0,401 mm
- Bonus comparaison pupille

Décaféiné

.../20

- Expression $Q_{r,i}$
- Expression $Q_{r,f}$
- $Q_{r,i} = 0$
- $Q_{r,f} = 3,2$
- Réaction limitée
- Condenser les vapeurs
- Intérêt du chauffage, justifié
- Schéma montage à reflux
- « Ampoule à décanter »
- Schéma ampoule à décanter
- Position des phases
- Caféine dans le dichlorométhane, justifié
- « Extraction par solvant »
- Desséchant
- Dilution $V_2 = 2V_1$ justifiée
- Pipette jaugée, éprouvette jaugée
- Choix 10 mL et 5 mL, ou équivalent
- Le soda, boisson n°3
- Déca correct, justifié
- Déca correct, justifié

Total

.../40

Note

.../20