

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL BLANC

Lycée de Chamalières — Février 2012

---

PHYSIQUE-CHIMIE

Série S

---

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 h — Sur 20 points — COEFFICIENT : 6

---

L'usage des calculatrices est autorisé

*Ce sujet comporte un exercice de CHIMIE et un exercice de PHYSIQUE, présentés sur ?? pages numérotées de 1 à ??, y compris celle-ci.*

*Le candidat doit traiter les deux exercices sur des feuilles doubles séparées. Les deux exercices sont indépendants les uns des autres.*

- I. Dosage du lait
- II. Éris et Dysnomia

## Exercice I Dosage du lait

Cet exercice propose d'extraire et d'exploiter des informations de documents relatifs à une méthode d'analyse conductimétrique de la concentration en ions chlorure d'une solution aqueuse et du lait.

### Concentration massique en ions chlorure

Dans le lait frais de vache, la concentration massique en ions chlorure se situe entre  $0,8 \text{ g.L}^{-1}$  et  $1,2 \text{ g.L}^{-1}$ . Dans le lait dit *mammiteux*, c'est-à-dire issu d'une vache ayant une inflammation des mamelles, cette concentration est voisine de  $1,4 \text{ g.L}^{-1}$ . Les autres ions sont essentiellement les ions sodium et potassium.

### Principe du titrage conductimétrique

Dans un bécher, verser un volume  $V_0 = 200,0 \text{ mL}$  d'une solution aqueuse de chlorure de potassium de concentration molaire  $c_0 = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ , de conductivité  $\sigma_0 = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ S.m}^{-1}$  à la température ambiante. Ajouter goutte à goutte une solution aqueuse de nitrate d'argent de concentration molaire  $c = 0,080 \text{ mol.L}^{-1}$ . Constater la formation d'un précipité. Noter la valeur de la conductivité  $\sigma$  en fonction du volume  $V$  de solution de nitrate d'argent ajouté et représenter graphiquement  $\sigma$  en fonction de  $V$ .

Les points expérimentaux sont reportés sur la **figure 1**.

### Titration des ions chlorure du lait

Introduire un volume  $V'_0 = 20,0 \text{ mL}$  de lait frais dans un bécher avec  $250 \text{ mL}$  d'eau distillée et quelques gouttes d'acide nitrique. Les protéines du lait précipitent et, de ce fait, n'interviennent pas dans le titrage. Introduire alors une cellule conductimétrique et suivre l'évolution de la conductivité lors de l'ajout de la même solution titrante de nitrate d'argent que dans le document précédent ( $c = 0,080 \text{ mol.L}^{-1}$ ). Les points expérimentaux sont reportés sur la **figure 2**.

- a) Quelle est l'équation support du titrage sachant que le précipité met en jeu les ions chlorure ?
- b) En admettant que le volume  $V$  ne varie pas, justifier que la concentration  $[K^+]$  reste constante.
- c) Comment évoluent, dans la solution du bécher, les concentrations  $[NO_3^-]$ ,  $[Ag^+]$  et  $[Cl^-]$  avant l'équivalence ? après l'équivalence ?
- d) Rassembler ces conclusions dans un tableau indiquant l'évolution des concentrations de chaque type d'ions avant et après l'équivalence.

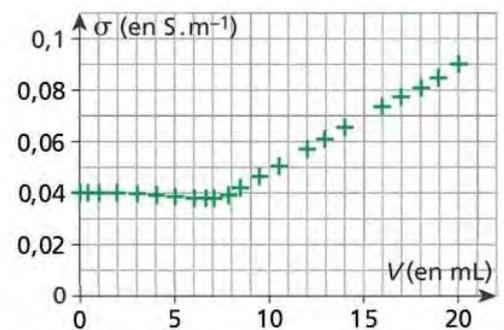
- e) Sachant que, lors de ce titrage (**Doc 2, Fig. 1**), la conductivité  $\sigma$  de la solution est de la forme :

$$\sigma = \lambda_{K^+} [K^+] + \lambda_{Ag^+} [Ag^+] + \lambda_{Cl^-} [Cl^-] + \lambda_{NO_3^-} [NO_3^-]$$

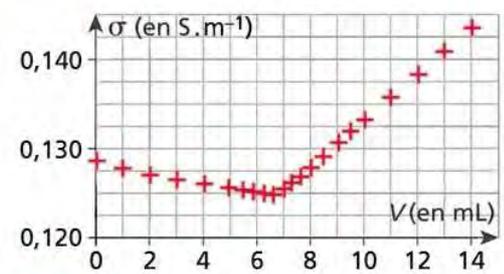
- avec  $\lambda_{Cl^-}$  peu différent de  $\lambda_{NO_3^-}$ , justifier qualitativement la forme de la courbe entre 0 et 5 mL puis au-delà de 10 mL.

- f) En déduire une méthode de détermination graphique du volume équivalent  $V_{\text{eq}}$ .

- g) Utiliser les documents pour donner la liste des ions présents dans le mélange à titrer pour un volume  $V = 0 \text{ mL}$ .



**Fig. 1** Évolution de  $\sigma$  en fonction de  $V$ .



**Fig. 2** Évolution de  $\sigma$  en fonction de  $V$ .

- h** En déduire que ce titrage du lait (**Doc 3, Fig. 2**) est le même que celui de la solution aqueuse étudiée précédemment.
- i** En exploitant la **figure 2**, calculer la quantité d'ions chlorure contenus dans le prélèvement de lait frais.
- j** En déduire la masse d'ions chlorure contenue dans un litre de lait. Le lait étudié est-il mammiteux ?

## Exercice II Éris et Dysnomia

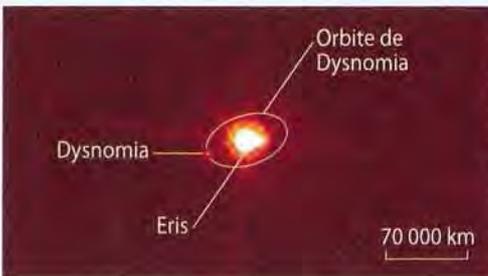
### Document 1 Éris ou la discorde.

Découverte par l'Américain Clyde Tombaugh en 1930, Pluton était considérée comme la neuvième planète de notre système solaire.

Le 5 janvier 2005, une équipe d'astronomes a repéré sur des photographies prises le 21 octobre 2003 un nouveau corps gravitant autour du Soleil. Provisoirement nommé UB313, cet astre porte maintenant le nom d'Éris du nom de la déesse grecque... de la discorde. La découverte d'Éris et d'autres astres similaires (2003 EL 61, 2005 FY9, etc.) a en effet été le début de nombreuses discussions et controverses acharnées entre scientifiques sur la définition même du mot « planète ».

Au cours d'une assemblée générale, le 24 août 2006 à Prague, 2 500 astronomes de l'Union astronomique internationale (UAI) ont décidé à main levée de déclasser Pluton comme planète, pour lui donner le rang de « planète naine » en compagnie d'Éris et de Cérès (gros astéroïde situé entre Mars et Jupiter). Éris parcourt une orbite elliptique autour du Soleil avec une période de révolution  $T_E$  valant environ 557 années terrestres.

### Document 2 Dysnomia ou l'anarchie.



Les astronomes ont découvert ensuite qu'Éris possède un satellite naturel qui a été baptisé Dysnomia (fille d'Éris et déesse de l'anarchie...). Six nuits d'observation depuis la Terre ont permis de reconstituer l'orbite de Dysnomia (ci-contre). Le mouvement de Dysnomia autour d'Éris est supposé circulaire et uniforme, de rayon  $R_D = 3,60 \cdot 10^7$  m.

### Document 3 Données.

Astre	Masse
Pluton	$M_P = 1,31 \cdot 10^{22}$ kg
Éris	$M_E$
Dysnomia	$M_D$

Astre	Période de révolution
Pluton	$T_P = 248$ ans
Terre	$T_T = 1,00$ an
Dysnomia	$T_D = 15,0$ jours $\approx 1,30 \cdot 10^6$ s

Constante de gravitation universelle :  
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{m}^2$

Répondre à l'aide de ses connaissances et des documents.

1. a. Énoncer la 3<sup>e</sup> loi de Kepler pour une planète autour du Soleil.
- b. L'orbite d'Éris se situe-t-elle au-delà ou en-deçà de celle de Pluton ? Justifier sans calcul.
2. a. Définir le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia, supposée ponctuelle, autour d'Éris.
- b. Établir dans ce précédent référentiel, supposé galiléen, l'expression de l'accélération de Dysnomia en fonction des paramètres de l'énoncé. On considérera que Dysnomia est soumise uniquement à l'attraction d'Éris.
- c. En déduire que la période de révolution  $T_D$  de Dysnomia a pour expression :

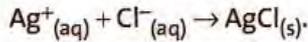
$$T_D = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}}$$

- d. Montrer que l'on retrouve la 3<sup>e</sup> loi de Kepler.

3. a. Déduire de l'expression de  $T_D$  celle de la masse  $M_e$  d'Éris.
- b. Calculer sa valeur.
- c. En évaluant le rapport  $\frac{M_E}{M_P}$ , expliquer pourquoi la découverte d'Éris a remis en cause le statut de planète de Pluton.

EXERCICE 1 – DOSAGE DU LAIT

**a** Lors du titrage, les ions  $\text{Ag}^+$  réagissent avec les ions  $\text{Cl}^-$  et forment  $\text{AgCl}$ . L'équation support est donc :



**b** Les ions  $\text{K}^+$  n'interviennent pas dans l'équation du titrage et ne sont pas ajoutés. Leur quantité de matière ne varie pas et, puisque la variation du volume total est négligeable, leur concentration ne varie pas.

**c** Avant l'équivalence, les ions  $\text{Ag}^+$  sont limitants. La solution contient donc l'excès d'ions  $\text{Cl}^-$ , les ions  $\text{NO}_3^-$  et les ions  $\text{K}^+$ , qui ne participent pas à la réaction.

Après l'équivalence, il n'y a pas de réaction chimique. La solution s'enrichit donc en ions  $\text{NO}_3^-$  et  $\text{Ag}^+$  (en plus des ions  $\text{K}^+$  présents depuis le début).

**d**

Concentration dans le bécher	Avant l'équivalence	Après l'équivalence
$[\text{K}^+]$	constant	constant
$[\text{NO}_3^-]$	augmente	augmente
$[\text{Ag}^+]$	nulle	augmente
$[\text{Cl}^-]$	diminue	nulle

**e** Entre 0 et 5 mL, c'est-à-dire avant l'équivalence,  $[\text{Cl}^-]$  diminue alors que  $[\text{NO}_3^-]$  augmente dans les mêmes proportions. Comme  $\lambda_{\text{Cl}^-}$  est peu différent de  $\lambda_{\text{NO}_3^-}$ , l'expression de  $\sigma$  montre que sa valeur est peu modifiée, ce qui est le cas expérimentalement.

Au-delà de 10 mL, c'est-à-dire après l'équivalence, les concentrations de certains ions augmentent (et aucune ne

diminue). L'expression de la conductivité montre que  $\sigma$  doit augmenter, ce qui est le cas expérimentalement.

**f** La courbe de titrage se modélise par deux demi-droites dont l'abscisse du point d'intersection est  $V_{\text{éq}}$ .

**g** D'après le document 1, le lait contient les ions  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  et  $\text{Cl}^-$  et, d'après le document 3, les ajouts sont les solutions d'acide nitrique et de nitrate d'argent. Les ions présents au début du titrage sont donc :  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{Cl}^-$ .

**h** Mis à part les ions  $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{Na}^+$ , qui n'interviennent pas dans le titrage, les mêmes ions que précédemment sont présents.

Or la même réaction de titrage  $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{Cl}^-_{(\text{aq})} \rightarrow \text{AgCl}_{(\text{s})}$  est utilisée. Le volume équivalent se détermine donc de la même manière que précédemment.

**i** Le volume équivalent est  $V_{\text{éq}} = 6,7 \text{ mL}$ . À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques. Ainsi, dans 20,0 mL de lait frais,  $n_{\text{Ag}^+, \text{éq}} = n_{\text{Cl}^-, \text{i}}$  soit  $n_{\text{Cl}^-, \text{i}} = c V_{\text{éq}} = 0,080 \times 6,7 \cdot 10^{-3} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$ .

Conseil pour le BAC

Faire apparaître votre démarche sur la figure à rendre au correcteur : tracer les portions de droites et placer le point équivalent à leur intersection.

**j** Un litre de lait contient 50 fois plus d'ions chlorure que 20 mL. La masse d'ions chlorure est alors :

$$m_{\text{Cl}^-} = 50 \times n_{\text{Cl}^-} \cdot M_{\text{Cl}^-} = 50 \times 5,4 \cdot 10^{-4} \times 35,5 = 0,96 \text{ g}$$

Cette valeur est celle d'un lait frais non mammiteux.

EXERCICE 2 – LOIS DE KÉPLER

**1.a.** Troisième loi de Képler pour une planète autour du Soleil : « Le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du demi-grand axe de l'orbite ».

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

Dans le cas particulier d'une orbite circulaire,  $a = r$  où  $r$  est le rayon de l'orbite, et en notant  $k$  la constante, qui ne dépend que de l'astre attracteur (ici le Soleil) :

$$\frac{T^2}{r^3} = k$$

**1.b.** Éris et Pluton ont le même astre attracteur (le Soleil), donc on peut comparer les demi-grands axes de leurs orbites en utilisant la troisième loi de Képler (la

constante est la même pour tous les corps en rotation autour d'un même astre) :

$$\frac{T_P^2}{a_P^3} = \frac{T_E^2}{a_E^3}$$

Le document 3 indique  $T_P = 248 \text{ ans}$  pour l'orbite de Pluton, et le document 1 indique  $T_E = 557 \text{ ans}$  pour l'orbite d'Éris, donc  $T_E > T_P$ . Par suite, le rapport étant constant,  $a_E > a_P$ , l'orbite d'Éris est donc au-delà de l'orbite de Pluton.

Remarque : les orbites sont elliptiques, donc il faut comparer les demi-grands axes  $a$  et non d'hypothétiques rayons des orbites  $R$ .

**2.a.** Le mouvement de Dysnomia est étudié dans un référentiel dont le centre est le centre d'inertie d'Éris, avec trois axes pointant vers trois étoiles lointaines

supposées fixes, et une horloge réglée sur le temps universel (UTC ou temps universel coordonné, anciennement relié au mouvement des astres, dont la Terre).

En pratique, deux axes du repère sont choisis dans le plan de l'écliptique, plan dans lequel se déplacent les planètes autour du Soleil, ce référentiel « Éris-centrique » est donc en mouvement de translation circulaire autour du Soleil, mouvement dont les effets seront négligés. Autrement dit, ce référentiel est supposé galiléen.

**2.b.** Comme l'indique le document 2, le mouvement de Dysnomia dans le référentiel Éris-centrique précédent est circulaire et uniforme. Dysnomia est soumise à une seule force, l'interaction gravitationnelle due à Éris :

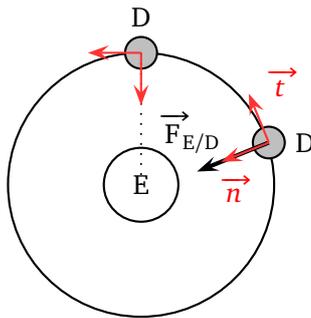
- direction : la droite (ED) reliant les centres d'inertie d'Éris et de Dysnomia ;
- sens : de Dysnomia vers Éris ;
- point d'application : le centre d'inertie D de Dysnomia ;
- valeur :

$$F_{E/D} = G \frac{M_E M_D}{R_D^2}$$

On utilise la base de Frenet, repère mobile (D;  $\vec{t}$ ,  $\vec{n}$ ) centré sur D, avec des vecteurs unitaires tangent  $\vec{t}$  et normal  $\vec{n}$  à la trajectoire :

$$\vec{F}_{E/D} = G \frac{M_E M_D}{R_D^2} \vec{n}$$

En physique, les schémas sont obligatoires :



Deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = M_D \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{E/D} = M_D \vec{a}$$

$$\Rightarrow M_D \vec{a} = G \frac{M_E M_D}{R_D^2} \vec{n}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = G \frac{M_E}{R_D^2} \vec{n}$$

**2.c.** On utilise le résultat du cours suivant : pour un mouvement circulaire uniforme, de rayon  $R_D$ , l'accélération est centripète (uniquement selon  $\vec{n}$ , dirigée vers le centre E) et la valeur ou norme de l'accélération vaut :

$$a = \frac{v^2}{R_D}$$

On identifie avec l'expression de la question précédente :

$$\frac{v^2}{R_D} = G \frac{M_E}{R_D^2}$$

On simplifie par  $R_D$  et l'on prend la racine carrée :

$$v^2 = \frac{GM_E}{R_D} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_E}{R_D}}$$

Le mouvement est uniforme, donc la vitesse de Dysnomia s'exprime simplement comme une distance divisée par la durée du parcours (il faudrait utiliser une dérivée si le mouvement n'était pas uniforme). Pour une orbite complète, la distance parcourue est le périmètre du cercle  $2\pi R_D$ , et la durée du parcours est la période  $T_D$  :

$$v = \frac{2\pi R_D}{T_D}$$

On identifie les deux expressions de la vitesse :

$$\sqrt{\frac{GM_E}{R_D}} = \frac{2\pi R_D}{T_D}$$

On isole  $T_D$  par un produit en croix :

$$T_D = 2\pi R_D \sqrt{\frac{R_D}{GM_E}}$$

On « rentre »  $R_D$  dans la racine carrée :

$$T_D = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{GM_E}}$$

**2.d.** On met au carré ; un produit en croix permet de regrouper  $T_D$  et  $R_D$  :

$$T_D^2 = \frac{4\pi^2 R_D^3}{GM_E} \Leftrightarrow \frac{T_D^2}{R_D^3} = \frac{4\pi^2}{GM_E}$$

On retrouve ainsi la troisième loi de Képler.

**3.a.** Un simple produit en croix à partir de la troisième loi de Képler permet de trouver l'expression de la masse de l'astre attracteur, ici Éris :

$$\frac{T_D^2}{R_D^3} = \frac{4\pi^2}{GM_E} \Leftrightarrow M_E = \frac{4\pi^2 R_D^3}{GT_D^2}$$

**3.b.** Application numérique :

$$M_E = \frac{4\pi^2 \times (3,60 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (1,30 \times 10^6)^2}$$

$$M_E = 1,63 \times 10^{22} \text{ kg}$$

**3.c.** Rapport des masses d'Éris et de Pluton :

$$\frac{M_E}{M_P} = \frac{1,63 \times 10^{22}}{1,31 \times 10^{22}} = 1,24$$

Les masses des deux astres sont du même ordre de

grandeur. Ainsi, il n'y a aucune raison (autre que considérer l'excentricité des trajectoires) pour que seule Pluton mérite le statut de planète. Pour éviter une multiplication du nombre de planètes, les astronomes ont préféré « déclasser » Pluton de son statut, parlant d'un ensemble de planètes naines.

## 1. Dosage du lait

.../17

- $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{Cl}^-_{(\text{aq})} \rightarrow \text{AgCl}_{(\text{s})}$  (flèche exigée)
- $n(\text{K}^+)$  inchangé donc  $[\text{K}^+]$  inchangée
- Avant l'équivalence  $[\text{Cl}^-] \searrow$  en excès,  $\text{Ag}^+$  limitants et  $[\text{NO}_3^-] \nearrow$
- Après l'équivalence  $\text{Cl}^-$  consommés,  $[\text{Ag}^+] \nearrow$  et  $[\text{NO}_3^-] \nearrow$
- Tableau avec quatre ions
- Avant l'équivalence échange  $\text{Cl}^-$  par  $\text{NO}_3^-$  de  $\lambda$  proches donc faible pente
- Après l'équivalence plusieurs concentrations augmentent donc  $\sigma \nearrow$
- Deux droites moyenne, intersection et lecture graphique
- $V_{\text{éq}} = 6,7 \pm 0,2 \text{ mL}$
- Début :  $\text{K}^+$ ,  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cl}^-$  et  $\text{H}_3\text{O}^+$ , tout-ou-rien
- $\text{H}_3\text{O}^+$  et  $\text{Na}^+$  n'interviennent pas donc bien identique
- Équivalence proportions stœchiométriques
- $n(\text{Ag}^+)_{\text{éq}} = n(\text{Cl}^-)$
- $n(\text{Cl}^-) = cV_{\text{éq}}$
- $n(\text{Cl}^-) = 0,080 \times 6,7 = 0,54 \text{ mmol}$
- $m(\text{Cl}^-) = 50n(\text{Cl}^-)M(\text{Cl})$
- $m(\text{Cl}^-) = 0,96 \text{ g}$

## 2 - Lois de Képler

.../13

- Énoncé de la troisième loi de Képler
- $T^2/a^3 = k$
- $T_E = 557 \text{ ans} > T_P = 248 \text{ ans}$  donc  $R_E > R_P$  d'après la 3<sup>e</sup> loi de Képler
- Référentiel Éris-centrique + définition
- Bilan des forces  $\vec{F}_{E/D}$  + deuxième loi de Newton  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$
- $\vec{a} = GM_E/R_D^2 \vec{n}$
- $a = v^2/R_D$  donc  $v = \sqrt{GM_E/R_D}$
- $v = 2\pi R_D/T_D$  donc  $T_D = 2\pi \sqrt{R_D^3/GM_E}$
- Étapes jusqu'à la 3<sup>e</sup> loi de Képler
- $M_E = 4\pi^2 R_D^3/GT_D^2$  démontrée
- $M_E = 1,63 \times 10^{22} \text{ kg}$
- $M_E/M_P = 1,24$
- Discussion du statut de Pluton et d'Éris

Total

.../30

Note

.../20