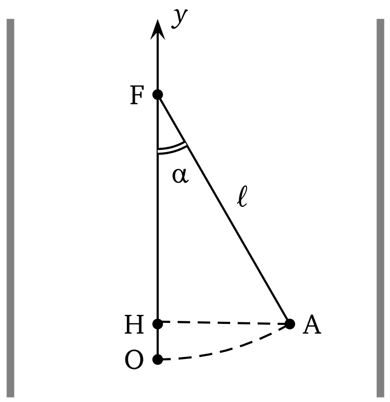
# Exercice n°30 p. 205 – Le pendule électrostatique

**1.a.** Le travail du poids lorsque la sphère passe du point O au point A est un travail résistant ($W < 0$) car la sphère s'élève sur une hauteur $h = OH = y_A - y_O > 0$, contre l'effet du poids $P = mg$ :

$$W = -mgh$$




Dans le triangle (HAF) rectangle en H, la longueur HF adjacente à l'angle $\alpha$ vaut :

$$HF = \ell \cos\alpha$$

La longueur OF vaut $\ell$, longueur du fil du pendule, donc la longueur OH vaut :

$$OH = OF - HF = \ell - \ell\cos\alpha = \ell(1-\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow \quad W = -mg\ell(1-\cos\alpha) \qquad \text{c. q. f. d.}$$

**1.b.** Le travail de la force électrique lorsque la sphère passe du point O au point A selon l'arc de courbe OA a la même valeur que si la sphère passe du point O au point H, puis du point H au point A. En effet, la force électrique est conservative, donc son travail ne dépend pas du chemin suivi :

$$W_{O\to A} = W_{O\to H} + W_{H\to A}$$

Remarque : c'est le même argument qui nous a permis d'écrire directement $mgh$ pour le travail du poids, voir le cours pour la démonstration dans le cas du poids. Mais continuons. Le travail de la force électrique O à H est nul, car ce déplacement est perpendiculaire à la force appliquée. Reste le travail de H à A. Dans le triangle (HAF) rectangle en H, la longueur HA opposée à l'angle $\alpha$ vaut :

$$HA = \ell\sin\alpha$$

La force électrique a pour norme :

$$F = |q|E$$

Le travail de la force électrique est un travail moteur ($W_e > 0$) :

$$W_e = |q|E\ell\sin\alpha$$

**2.** Les forces étant conservatives, elles dérivent d'une énergie potentielle, c'est-à-dire qu'en raison de la conservation de l'énergie mécanique et par application du théorème de l'énergie cinétique (qui indique que la variation d'énergie cinétique est égale au travail des forces) on peut montrer que la variation de l'énergie potentielle est égale et opposée au travail de la force. Cela peut paraître un peu brutal sans la démonstration mais en fait c'est tout-à-fait correct car c'est la définition générale d'une énergie potentielle (le mot « dérive » est employé dans son sens mathématique) et cela permet de résumer dix lignes en une seule phrase (et ce n'est en rien choquant dans un exercice de niveau Math Sup comme celui-ci, bien au contraire, c'est *élégant*).

Donc, les forces étant conservatives, elles dérivent d'une énergie potentielle :

$$\Delta\mathcal{E}_{pp} = mg\ell(1-\cos\alpha)$$
$$\Delta\mathcal{E}_{pe} = -|q|E\ell\sin\alpha$$

**3.** Si l'angle $\alpha$ est en colonne A, la formule à taper en colonne B pour avoir la valeur de la variation d'énergie potentielle de pesanteur $\Delta\mathcal{E}_{pp}$ est :

```
=-0.0005*10*0.1*(1-COS(A2/180*PI()))
```

en commençant par la ligne 2 et en recopiant vers le bas. Pour l'énergie potentielle électrique, le champ électrique $\overrightarrow{E}$ a pour norme :

$$E = \frac{V_P - V_N}{d} = \frac{1\,500}{18,0\times 10^{-2}} = 8,33\times 10^{3}\ \mathrm{V\cdot m^{-1}}$$

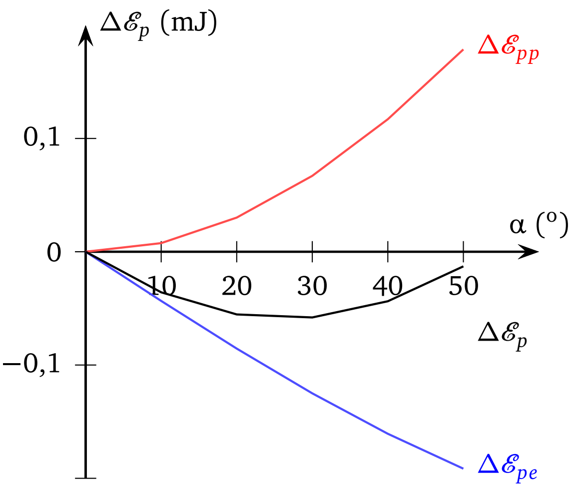
Donc la formule à taper en colonne C, à partir de la ligne 2, est :

```
=-0.0000003*8333*0.1*SIN(A2/180*PI())
```

La somme ne pose pas de problème particulier :

```
=SOMME(B2:C2)
```

Quelques valeurs (non arrondies) sont proposées en fin de corrigé.




**4.** Pour $\alpha = 27°$, la somme $\Delta\mathcal{E}_p$ présente un minimum. Il s'agit d'une position d'équilibre stable pour le pendule. Après quelques oscillations, le pendule va se stabiliser à cet angle.

| α | $\Delta\mathcal{E}_{pp}$ (J) | $\Delta\mathcal{E}_{pe}$ (J) | $\Delta\mathcal{E}_{p}$ (J) |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0.00000759612349389599 | -0.0000434103079349559 | -0.0000358141844410599 |
| 20 | 0.0000301536896070458 | -0.0000855016156299839 | -0.0000553479260229381 |
| 30 | 0.0000669872981077807 | -0.000124995 | -0.0000580077018922193 |
| 40 | 0.000116977778440511 | -0.000160690474545538 | -0.000043712696105027 |
| 50 | 0.00017860619515673 | -0.000191503450335313 | -0.000012897255178583 |