

Devoir surveillé de Spécialité n° 5

La lyre à treize cordes de Benjamin DUCHÊNE

On cherche à construire une harpe à treize cordes pour jouer les douze notes de la gamme chromatique, incluant une gamme complète et la note à l'octave.

Doc. 1 – L'échelle chromatique

En théorie de la musique, l'échelle chromatique est une échelle musicale composée de douze degrés. Par rapport à l'échelle diatonique, constituée des sept degrés, elle ajoute cinq notes intermédiaires, obtenues par altération (dièse \sharp ou bémol \flat).

D'après https://fr.wikipedia.org/wiki/Echelle_chromatique.

Doc. 2 – Une lyre de luthier

Benjamin DUCHÊNE, luthier dans le Tarn, nous présente un instrument de sa création : une lyre en frêne, à treize cordes, de Do à Do.



« Cette très belle lyre est parfaite autant pour un jeu d'étude que pour une utilisation en concert. Réalisée en frêne, elle couvre la gamme chromatique de Do à Do. Le sillet est en buis. Cette lyre est pourvue de deux tables d'harmonie (une devant et une derrière) en épi-

céa, ce qui lui procure une puissance sonore importante, permettant un jeu en présence d'un public sans forcément utiliser une amplification. Une amplification restera nécessaire en concert.

Elle présente treize cordes, de Do à Do (Do, Do \sharp , Ré, Mi \flat , Mi, Fa, Fa \sharp , Sol, Sol \sharp , La, Si \flat , Si, Do). L'accord se fait à l'aide d'une manette d'accordage. »



Source : <http://www.midorimusique.com/lyreinstrumentdemusiquevente.html>.

Doc. 3 – La ronde des quintes

Voici un texte, publié dans la revue *Cosinus*, présentant la gamme de PYTHAGORE.

« PYTHAGORE veut créer une gamme, c'est-à-dire un nombre précis de notes. Seul problème : il y a une infinité de sons possibles. Il propose alors de partir de la corde entière, puis de prendre la quinte, puis la

quinte de la quinte, puis la quinte de la quinte de la quinte et ainsi de suite. Si la fréquence de la corde entière vaut un, alors la fréquence de l'octave vaut le double, soit deux. On cherche donc les quintes dont la fréquence est comprise entre 1 et 2.

Prenons une corde qui fait sonner un Do. La première quinte vaut $\frac{3}{2} = 1,5$. C'est le Sol.

La deuxième quinte de la quinte vaut :

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}, \text{ c'est-à-dire } \frac{3^2}{2^2} = 2,25$$

C'est au-delà de 2 (l'octave) ; on divise donc par deux cette fréquence pour la ramener dans notre octave de départ : on obtient alors 1,125. C'est le Ré !

La troisième quinte vaut :

$$\frac{3^3}{2^3} = 3,38$$

On la ramène dans l'octave en divisant par deux ce qui donne : 1,69. C'est le La.

La quatrième quinte vaut :

$$\frac{3^4}{2^4} = 5,06$$

On divise par deux : 2,53. C'est encore trop, donc on divise à nouveau par deux : 1,256. C'est le Mi.

On continue comme cela jusqu'à la douzième quinte qui vaut :

$$\frac{3^{12}}{2^{12}} = 129,75$$

L'on réduit en divisant par deux six fois de suite pour obtenir 2,03. C'est, à très peu de choses près, la fréquence de l'octave ! Cela signifie qu'en prenant douze fois de suite la quinte, on crée douze notes, la douzième étant l'octave de la première.

Il ne reste plus qu'à mettre les fréquences dans l'ordre des fréquences croissantes (de la plus petite à la plus grande) pour obtenir les douze notes de la gamme chromatique. »

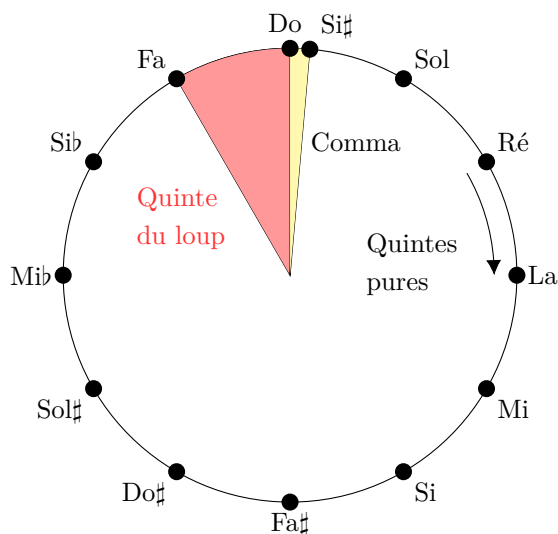
Antoine HOULOU-GARCIA, « La musique des nombres », *Cosinus*, n° 205, juin 2018.

Doc. 4 – L'accord naturel

Jean-Baptiste LAMY, maître de conférences à l'Université Paris 13, nous présente les avantages d'un accord selon la gamme de PYTHAGORE.

« Les notes de musique sont construites à partir du « cycle des quintes » :

- Do ;
- Harmonique de quinte sur Do → Sol ;
- Harmonique de quinte sur Sol → Ré ;
- Harmonique de quinte sur Ré → La
- ...
- Après 12 notes, on retombe presque sur Do, un peu plus aigu.



Il n'est pas possible que les intervalles entre les notes soient tous justes. La totalité de l'erreur est placée sur la dernière quinte. On ne jouera pas cette quinte ! Toutes les autres quintes sont parfaitement justes. Grâce à cet accordage, il y a plus d'harmoniques lors du jeu.

Les accordeurs électroniques ne permettent pas d'accorder les quintes justes. Il faut procéder par tâtonnement, pour savoir si une quinte est juste : jouer l'une des deux notes (par exemple, le Do), puis étouffer aussitôt la corde ; plus l'on entend la quinte sonner (par exemple, le Sol), plus l'accordage est juste. »

D'après http://www.lesfleursdunormal.fr/static/_downloads/lyre_bec.pdf

Doc. 5 – La corde vibrante

La fréquence fondamentale du son émis par une corde est liée à la longueur L de la corde par la relation suivante :

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

où T est la tension de la corde, et μ la masse linéique. On supposera que toutes les cordes ont la même tension et la même masse linéique.

Questions préliminaires

1. Si la corde correspondant à la note Do a une longueur L , quelle devra être la longueur de la corde jouant le Do à l'octave ? Déduisez-en l'intervalle de longueurs de l'ensemble des cordes.
2. Pour construire sa gamme, PYTHAGORE a pris la quinte de sa note de départ. Exprimez en fonction de L la longueur de la corde jouant la quinte.

Problème à résoudre

Trouvez les longueurs relatives des cordes de la lyre de Benjamin DUCHÊNE, en supposant que toutes les cordes sont identiques. Dresser alors un schéma de la lyre à l'échelle.