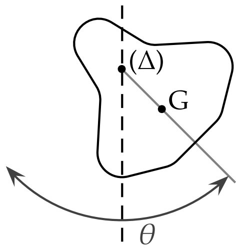
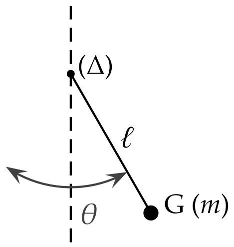
Chapitre 14
Le pendule simple

Révision et Résumé

Pendule pesant On appelle pendule pesant un solide lié à un axe de rotation (Δ), placé dans le champ de pesanteur terrestre.



Pendule simple Le pendule simple est une modélisation du pendule pesant, en considérant une masse m ponctuelle, centrée sur G, liée à l'axe de rotation (Δ) par un fil inextensible, de longueur ℓ, de masse négligeable.



Amplitude Le pendule oscille avec une certaine amplitude angulaire maximale θ_{max}. La valeur de cette amplitude maximale dépend des conditions initiales : vitesse initiale et angle initial de laché.

Oscillations libres Si le pendule est abandonné à son mouvement **et** si les frottements sont négligeables, on parle d'oscillations libres.

Oscillations amorties dans le où les frottements ne sont plus négligeables.

Oscillations forcées dans le cas où on applique une force extérieure.

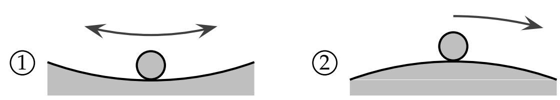
Période propre Période T_0 des oscillations libres du pendule simple :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Pseudo-période Période T des oscillations amorties du pendule. Dans le cas des petites oscillations ($\theta < 10^{\circ}$) **et** d'un amortissement faible, cette pseudo-période est égale à la période T_0 des oscillations libres.

Régimes Les différents régimes d'oscillations (périodique, pseudo-périodique, apériodique, critique) vus lors de l'étude du circuit *RLC* se retrouvent aussi dans le cas des oscillateurs mécaniques.

Positions d'équilibre Seule une position d'équilibre stable (① ci-dessous) permet des oscillations, à contrario d'une position d'équilibre instable (② ci-dessous).



Loi d'isochronisme Dans le cas d'une amplitude maximale faible ($\theta_{\text{max}} < 10^{\circ}$), la période propre est indépendante de l'amplitude des oscillations.

Analyse dimensionnelle Vous devez être capable de justifier la forme de l'expression de la période propre par analyse dimensionnelle :

$$\begin{cases} [T_0] = \text{s} \\ \left[\sqrt{\frac{\ell}{g}}\right] = \left(\frac{\text{m}}{\text{m.s}^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\text{s}^2\right)^{\frac{1}{2}} = \text{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \text{correct}$$

Vérification expérimentale Vous devez être capable de vérifier la forme de T_0 ci-dessus à partir de résultats expérimentaux, par exemple en traçant T_0^2 en fonction de ℓ.

Mots clés

Amplitude	**Pendule pesant**	**Régime apériodique**
Période propre	**Pendule simple**	**Amortissement**
Pseudo-période	**Isochronisme**	**Résonance**

Questions

Q1 Définition des mots clefs ci-dessus.

Q2 Un pendule simple est sujet à des oscillations pseudo-périodiques amorties, tout comme un circuit *RLC*. Menez une analogie entre ces deux systèmes.

Q3 Citez la propriété du pendule simple qui est mise à profit dans une horloge *comtoise*.

Q4 **N°1 p. 275**

Q5 **N°4 p. 275**

Q6 **N°9 p. 275**

Q7 **N°13 p. 276**

N'oubliez pas les exercices résolus I et II pages 273 et 274

14.1 **N°14 p. 276 : Mouvement d'un pendule**

14.2 **N°19 p. 278 : Constante de temps**

14.3 **N°25 p. 278 : Pendule et champ de pesanteur**

4. Donnez la longueur ℓ que doit avoir un pendule battant la seconde (donc de période $T_0 = 2$ s) à Paris et à Cayenne, respectivement.

14.4 **Pendule de Foucault**

Le pendule de Foucault, composé d'une sphère d'acier de 28 kg suspendue à l'extrémité d'un fil d'acier de 1,4 mm diamètre et de 67 mètres de longueur, est un pendule simple accroché au centre de la coupole du Panthéon par Léon Foucault pour l'exposition universelle de 1851.

Le plan d'oscillation de ce pendule tourne de façon visible, même lors d'une seule oscillation ; l'effet est dû à la rotation de la Terre, le pendule conservant en réalité un plan d'oscillation constant (= la Terre tourne sous le pendule !).

a. Pourquoi le pendule de Foucault peut-il être assimilé à un pendule simple ?

b. À quelle condition la loi d'isochronisme des petites oscillations est applicable ?

c. Cette condition est-elle remplie si l'amplitude du déplacement horizontal de la sphère est de 10 mètres ?

d. Évaluer la période propre du pendule.

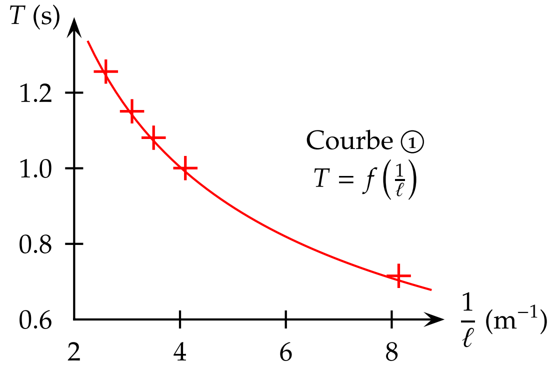
14.5 **Période d'oscillation d'un pendule**

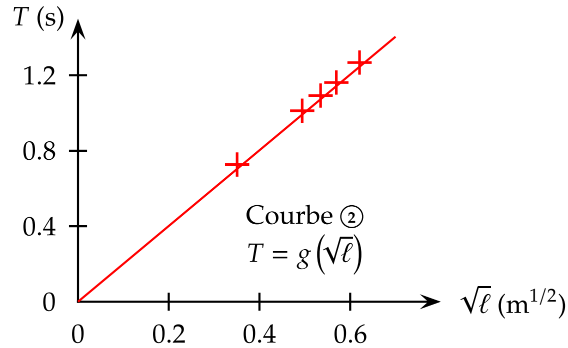
Un pendule simple est constitué par une petite sphère en plomb, de masse m égale à 125 g, suspendue à une extrémité d'un fil inextensible.

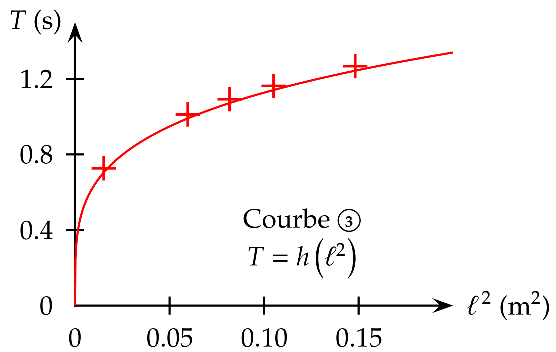
On fait varier la longueur ℓ du pendule en laissant pendre une longueur plus ou moins grande du fil. Pour différentes longueurs du pendule simple, des mesures de la durée Δt de 20 petites oscillations donnent les résultats consignés dans le tableau ci-dessous.

Longueur ℓ (cm)	12,3	24,4	28,6	32,4	38,5
Durée Δt (s)	14,1	19,8	21,4	22,8	24,9

À partir des résultats expérimentaux, on a construit les graphiques







1. Quel est le graphique le plus simple à exploiter ? Justifier.

2. La relation linéaire entre la période T du pendule et la longueur ℓ du fil peut s'écrire :

$$T = k \cdot \ell^a$$

Déterminer graphiquement les valeurs de a et de k.

3. **a.** Donner l'expression littérale de la période T en fonction de la longueur ℓ du fil et de l'intensité de la pesanteur g.

b. Vérifier la validité de cette expression à l'aide d'une analyse dimensionnelle.

c. En déduire la valeur théorique de la constante k. Conclure.

14.6 **Pendule et méridien**

1. Une horloge à balancier est constituée d'un pendule simple, de faible amplitude ($< 10°$), dont les oscillations sont entretenues par un système de poulies et de poids. Elles incrémentent un compteur d'impulsions qui fait avancer les aiguilles.

a. Pourquoi doit-on prévoir un système d'entretien des oscillations dans une horloge à balancier ?

b. La masse du pendule a-t-elle une influence sur sa période ?

c. Sur quel paramètre jouer pour ajuster la période des petites oscillations d'un pendule simple ?

2. En 1714, la Grande-Bretagne promit un prix de 20 000 livres à celui qui réussirait à concevoir une horloge restant fiable sur un navire. En effet, noter précisément l'heure à laquelle le Soleil passe par son point le plus haut (midi solaire) permet de déterminer la longitude du lieu où on se trouve. Ce prix ne fut remporté que cinquante ans plus tard, par l'horloger de génie John Harrisson.
Pourquoi une horloge à balancier est-elle inadaptée sur un navire ?

⋆⋆⋆

Corrigé 14
Le pendule simple

Questions

Q 1 Voir *Révision & Résumé*.

Q 2 L'écart angulaire θ peut être assimilé à la charge du condensateur, l'effet des frottements à l'effet Joule dans la résistance, et la vitesse du pendule à l'intensité du courant dans la bobine.

Q 3 **N°1 p. 275** Le premier est périodique non-amorti, le deuxième apériodique et le dernier pseudo-périodique.

Q 4 **N°4 p. 275** Réponse **b**.

Q 5 **N°9 p. 275** On examine les unités des seconds membres des formules :

a. $m^{1/2}$ **c.** s
b. $s.kg^{-1/2}$ **d.** $kg^{1/2}.m^{-1/2}$

Seule la formule **c** est homogène à un temps (unité de la période propre).

Q 6 **N° 13 p. 276** Seule la grandeur représentée sur le graphique **(d)** est périodique, celle du graphique **(c)** étant tout d'abord pseudo-périodique. Les grandeurs représentées sur les graphiques **(a)** et **(b)** peuvent correspondre à des retours à l'équilibre apériodiques, même si ces graphiques semblent être des exponentielles.

Exercices

14.1 **N°14 p. 276 : Mouvement d'un pendule**

14.2 **N°19 p. 278 : Constante de temps**

14.3 **N°25 p. 278 : Pendule et champ de pesanteur**

14.4 **Pendule de Foucault**

a. La masse du fil d'acier est négligeable par rapport à la masse de la sphère, elle-même supposée ponctuelle.

b. $\theta_{\max} < 10^{o}$

c. Dans un triangle rectangle dont on cherche l'angle au sommet $\theta_{\max}$ dont le côté opposé fait 10 mètres et le côté adjacent, 67 mètres :

$$\tan\theta_{\max} = \frac{10}{67} \simeq 0,15 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\max} \simeq 8,5^{o}$$

donc la condition précédente est satisfaite.

d. La période propre du pendule est donnée par la formule du cours :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2 \times 3,1416 \times \sqrt{\frac{67}{9,81}} = 16,4 \text{ s}$$

14.5 **Période d'oscillation d'un pendule**

1. Le graphique ② est le plus simple à exploiter (relation linéaire entre T et $\sqrt{\ell}$).
2. $a = 1/2$ puisque la représentation de T en fonction de $\sqrt{\ell} = \ell^{1/2}$ est une droite ; k est donné par la pente de cette droite. Pour trouver la valeur de cette pente, deux solutions, soit une lecture graphique, soit un calcul statistique à l'aide de la calculatrice : $a \simeq 2,00$ unités SI.
3. **a.** Expression vue en cours :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

b. Les paramètres caractéristiques du pendule simple sont la longueur ℓ du fil exprimé en mètre (m) et l'intensité de la pesanteur g (en $m.sp^{-2}$) :

$$\sqrt{\frac{[\text{m}]}{[\text{m.s}^{-2}]}} = \sqrt{[\text{s}^2]} = [\text{s}]$$

L'expression de la période a bien la dimension d'un temps.

c. À partir de l'expression littérale de la période T :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g}} \cdot \sqrt{\ell}$$

on déduit la valeur de k :

$$k = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g}} = 2,00 \text{ unités SI.}$$

Valeur compatible avec celle trouvée précédemment.

14.6 **Pendule et méridien**

1. **a.** Oui, il faut un système d'entretien, afin de contrecarrer les effets d'amortissement dûs aux frottements.
   b. Non, la masse n'a pas d'influence, le pendule oscillant à sa période propre, qui ne dépend que de sa longueur ℓ et de l'intensité de la pesanteur g.
   c. Il faut jouer sur la longueur ℓ du pendule.
2. Une horloge à balancier est inadaptée sur un navire, en raison du roulis et du tangage, qui pourrait perturber son fonctionnement.