DS n°9
Stockage de l'énergie solaire & condensateur

Exercice I – Stockage de « l'énergie solaire »

« Le Soleil est une étoile quelconque mais, pour la vie sur Terre, sa présence est indispensable... L'énergie solaire reçue par la Terre représente par an près de 15 000 fois la totalité de la consommation énergétique mondiale actuelle ! »

Cet exercice comporte une annexe, notée ANNEXE 1 page 4, à rendre avec la copie.

Une partie de cette énergie abondante peut être transformée en énergie électrique par une cellule photovoltaïque (capteur solaire). Cette énergie électrique doit être stockée car la demande énergétique peut être décalée dans le temps vis-à-vis de l'apport en énergie solaire (utilisation par exemple, d'un éclairage la nuit).

Dans cet exercice, on étudie le stockage de l'énergie électrique dans un condensateur de grande capacité.

Le fabricant du condensateur utilisé indique une valeur de capacité $C = 100\,000\ \mu\text{F} \pm 10\%$.

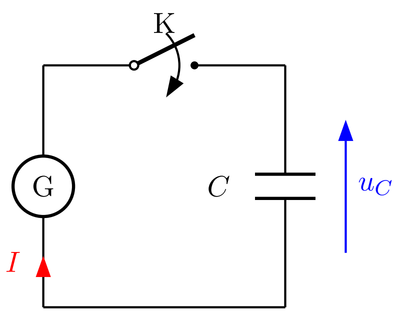
1. Charge du condensateur à courant constant

Les caractéristiques de la cellule photovoltaïque en régime normal de fonctionnement sont indiquées ci-dessous (toutes les données ne sont pas utiles) :

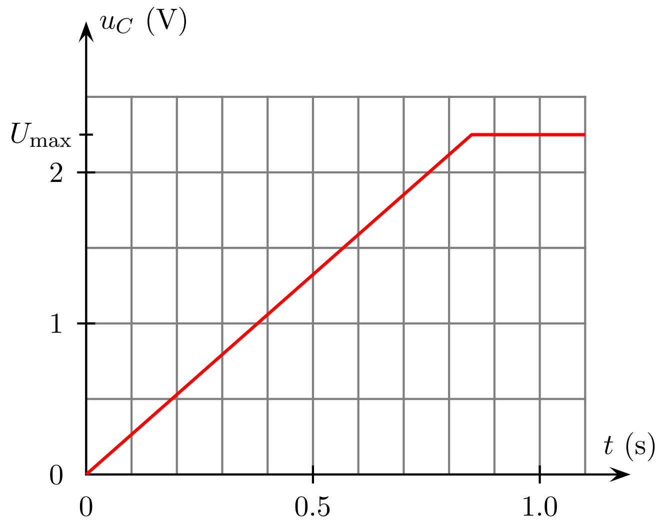
- Puissance : 0,6 W
- Intensité : 265 mA
- Tension maximale : 2,25 V
- Dimensions : 394 × 127 × 20 mm
- Masse : 0,41 kg
- Plage de température : - 40°C à + 60°C

La cellule photovoltaïque se comporte comme un générateur G débitant un courant d'intensité constante $I = 0,265$ A, tant que la tension à ses bornes reste inférieure à la tension maximale $U_{\max} = 2,25$ V.

La cellule photovoltaïque est branchée aux bornes du condensateur.



À la date $t_0 = 0$ s, on ferme l'interrupteur K et on débute l'enregistrement informatisé des variations de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$ en fonction du temps. On obtient le graphe suivant :



1.1. Nommer les deux régimes observables sur le graphe $u_C = f(t)$ représenté ci-dessus.

1.2. Donner l'expression de u_C en fonction de C et de la charge q du condensateur.

1.3. Le condensateur est initialement déchargé. Donner l'expression de la charge du condensateur q en fonction de l'intensité I et de la date t lorsque u_C est inférieure à $U_{\max}$ (charge à courant constant). En déduire que :

$$u_C = \frac{I \cdot t}{C}$$

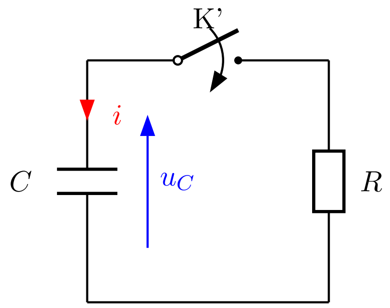
tant que u_C est inférieure à $U_{\max}$.

1.4. Déterminer la valeur et préciser l'unité du coefficient directeur, noté k, de la portion de droite de la figure ci-dessus lorsque u_C est inférieure à $U_{\max}$. Utiliser ce résultat pour vérifier que la valeur de C est compatible avec les indications du constructeur.

1.5. Calculer la quantité d'énergie électrique stockée dans le condensateur lorsque la charge est terminée.

2. Décharge du condensateur dans un conducteur ohmique

L'énergie stockée dans le condensateur peut être utilisée pour faire fonctionner une lampe (L) de faible puissance que l'on assimile à un conducteur ohmique de résistance R. On branche en série le condensateur et le conducteur ohmique (schéma page suivante). À l'instant de date $t = 0$, le condensateur a une tension à ses bornes égale à $U_{\max}$ et on ferme l'interrupteur K'. Le graphe donnant $u_C = f(t)$ est donné en annexe 1, à rendre avec la copie.



2.1. Établir l'expression de i en fonction de u_C.

2.2. Montrer que l'expression de l'équation différentielle à laquelle satisfait u_C lors de la décharge peut s'écrire :

$$u_C + \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} RC = 0$$

2.3. Vérifier que :

$$u_C(t) = U_{\max} \mathrm{e}^{-t/RC}$$

est une solution de l'équation différentielle précédente.

2.4. Quel est le signe de $i(t)$ lors de la décharge ? Justifier la réponse.

2.5. Déterminer, en faisant apparaître clairement la méthode sur la figure de l'annexe 1, la valeur de la constante de temps τ du système électrique.
Déduire de la valeur de la constante de temps τ la valeur de la résistance R.

2.6. On considère que la lampe (L) fonctionne correctement si la tension imposée par le condensateur entre ses bornes est supérieure à 1,0 V. On rappelle que l'on assimile la lampe au conducteur ohmique de résistance R.
Déterminer, en utilisant la figure de l'annexe 1, la durée Δt durant laquelle la lampe fournit une quantité de lumière suffisante. Conclure sur l'utilisation de ce condensateur pour un éclairage la nuit.

Exercice II – Étude de la décharge d'un condensateur

Le but de cet exercice est d'étudier la décharge d'un condensateur dans une résistance R, puis dans une inductance pure L, et enfin dans un circuit RL. On procède tout d'abord à une étude expérimentale, puis on mène dans un second temps une étude théorique permettant d'interpréter les résultats expérimentaux.

Les différentes parties de cet exercice sont largement indépendantes.

Cet exercice comporte deux annexes, notées ANNEXE 2 et 3, pages 4 et 5

1. Étude du circuit RC

Pour l'étude de la réponse à un échelon de tension d'un dipôle RC, on utilise le montage de la figure 1 de l'annexe 2, page 4 (à rendre avec la copie). Les deux flèches disposées aux nœuds A et B du circuit sont reliées aux entrées d'un système d'acquisition par ordinateur, ainsi que la masse M qui est commune au générateur et au système d'acquisition.
Pour ce montage, on a utilisé $R = 9,1$ kΩ et $C = 220$ μF.
On obtient les enregistrements reproduits sur la figure 2 de l'annexe 2.

1.a. On considère tout d'abord que l'interrupteur à deux voies (K) est positionné sur (1). Sur le schéma de la figure 1, indiquer par des flèches les tensions u_C et u_R aux bornes du condensateur et de la résistance, ainsi que l'intensité i dans ces composants.

1.b. Avant de lancer une acquisition, on veut être certain que le condensateur C est bien déchargé. Comment peut-on procéder pour le décharger complètement ?

2. Étude de la charge du condensateur

2.a. On lance une acquisition. Expliquer quelle(s) opération(s) il faut effectuer sur l'interrupteur (K) pour obtenir les tensions représentées sur la figure 2. Quelle est la tension détectée par la voie marquée Y_1 ? Par la voie Y_2 ? Compléter alors les pointillés (...) au niveau des flèches indiquant les branchements du système d'acquisition sur la figure 1.

2.b. Quelle est la valeur de la tension délivrée par le générateur en fin de charge ? Même question pour la tension aux bornes du condensateur.

2.c. Effectuer une détermination graphique de la constante de temps τ_1. Le tracé effectué doit être apparent sur la figure 2.

2.d. Donner la relation liant τ_1 à R et C. Effectuer l'application numérique et comparer cette valeur théorique avec la valeur expérimentale obtenue par lecture graphique sur l'enregistrement.

3. Étude de la décharge du condensateur

Le condensateur étant chargé sous la tension maximale, on bascule l'interrupteur (K) en position (2).

3.a. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur.

3.b. Montrer que :

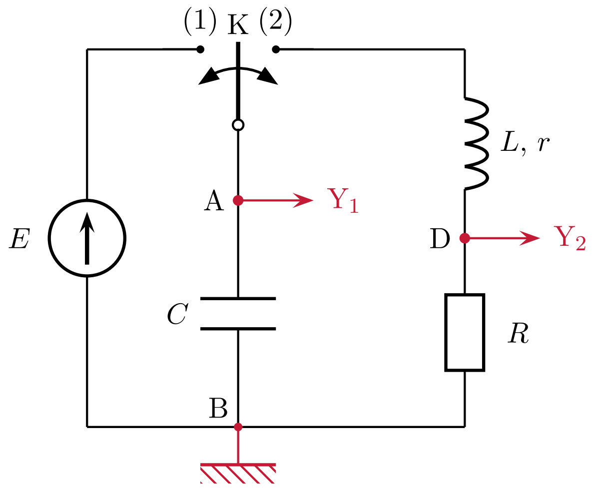
$$u_C(t) = K\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

est solution de l'équation différentielle, K et τ_2 étant des constantes dont on donnera l'expression. Pour terminer, comparer la constante de temps τ_2 de décharge à la constante de temps τ_1 de charge.

3.c. Au bout de combien de temps peut-on admettre que le condensateur est déchargé ? Justifier.

4. Décharge du condensateur dans une bobine

Pour l'étude des oscillations libres d'un circuit RLC, on utilise le montage représenté ci-dessous.
Un système d'acquisition par ordinateur est connecté aux nœuds A et D du circuit, ainsi qu'à la masse B qui est commune au générateur et au système d'acquisition. On enregistre l'évolution des tensions aux bornes du condensateur C et de la résistance R.



Le condensateur C est préalablement chargé sous la tension E, en plaçant l'interrupteur (K) en position (1). L'interrupteur est alors basculé en position (2) ; c'est à cet instant que commence l'acquisition des données.

4.a. On se place dans le cas où la résistance de la résistance totale de la branche comportant la bobine est nulle (donc $R + r = 0$). Établir l'équation différentielle vérifiée par q, q étant la charge portée par l'armature A du condensateur.

4.b. En déduire la période propre T_0 des oscillations (aide, comme c'est "frais" : vérifiez que :

$$q(t) = \mathbb{Q}_\mathrm{m}\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$$

est solution de l'équation différentielle).

5. Décharge du condensateur dans un circuit RL

Dans la pratique, la résistance totale $R + r$ de la branche comportant la bobine n'est pas négligeable ($r = 14\ \Omega$ pour la résistance de la bobine et $R \neq 0\ \Omega$). On réalise trois expériences afin d'étudier l'influence des différents paramètres sur les oscillations.
Les graphiques a, b et c de l'annexe 3 page 5 représentent les variations de la tension u_{AB} et de l'intensité du courant i dans le circuit, quand l'interrupteur (K) est sur la position (2).
Le tableau ci-dessous indique les paramètres utilisé lors des trois expériences. Le lien entre les trois graphiques (a-b-c) et les trois expériences (E_1-E_2-E_3) fait l'objet d'une question ultérieure.

Expériences	R (Ω)	L (H)	C (μF)
E_1	100	1,0	4,0
E_2	100	0,2	4,0
E_3	300	1,0	4,0

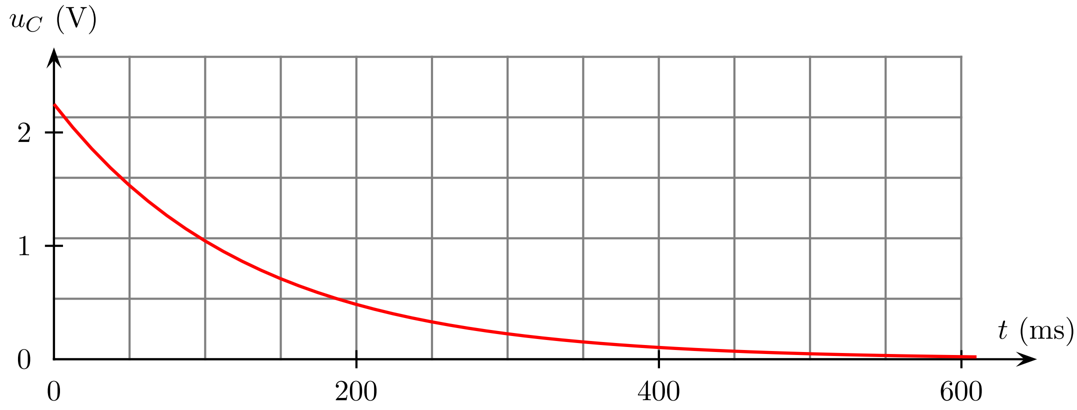
5.a. À l'aide des données du tableau, calculer les périodes propres T_{01}, T_{02} et T_{03} correspondant aux expériences E_1, E_2 et E_3.

5.b. Mesurer graphiquement la pseudo-période T_a, T_b et T_c des oscillations sur chacun des graphiques a, b et c (laissez vos mesures apparentes sur les trois figures de l'annexe 2).

5.c. Dans les conditions de l'expérience, on suppose que l'on peut confondre la période propre avec la pseudo-période des oscillations amorties. Faire alors correspondre chaque graphique (a-b-c) à une des trois expériences (E_1-E_2-E_3), en justifiant.

⋆⋆
⋆

ANNEXE 1 — À rendre avec la copie



ANNEXE 2 — À rendre avec la copie

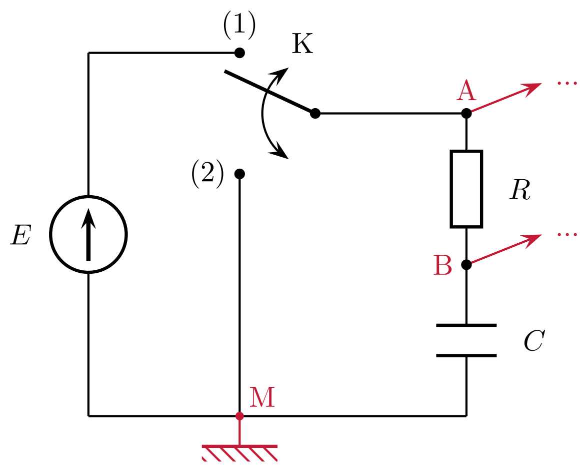


Figure 1 — Circuit RC

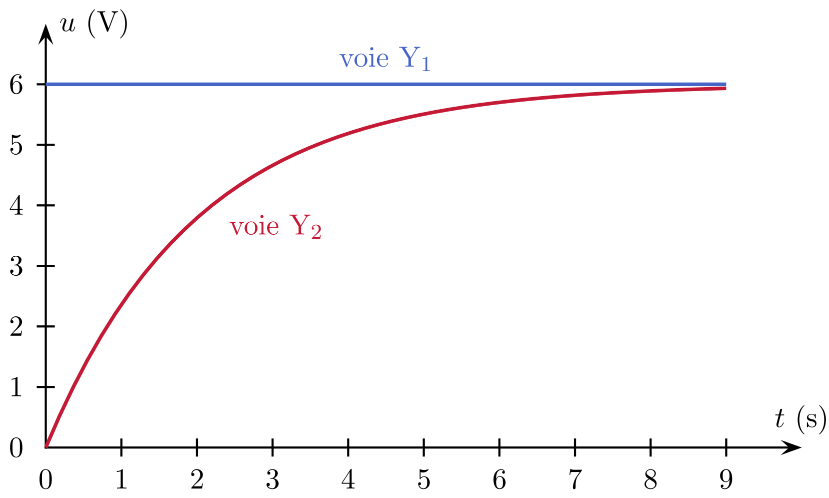
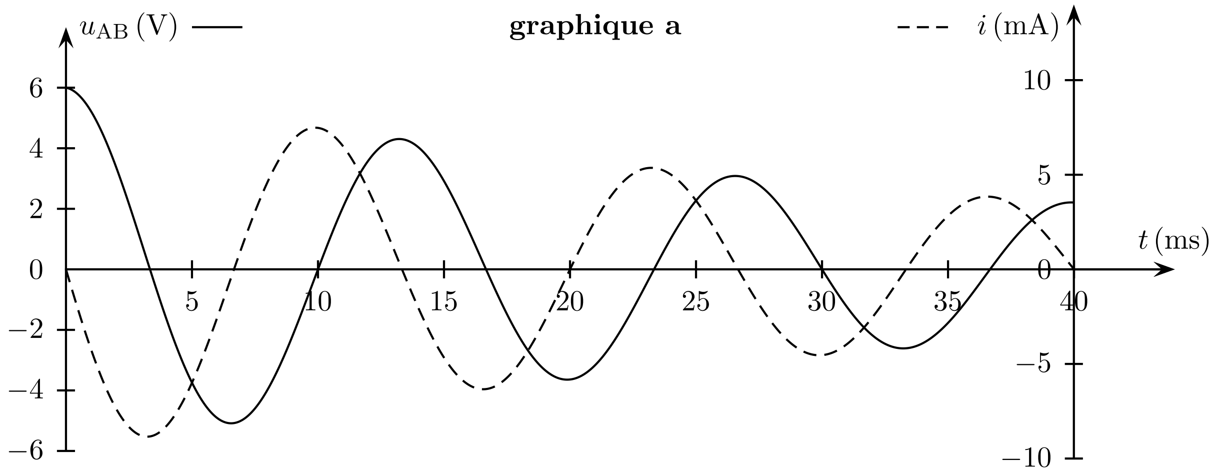
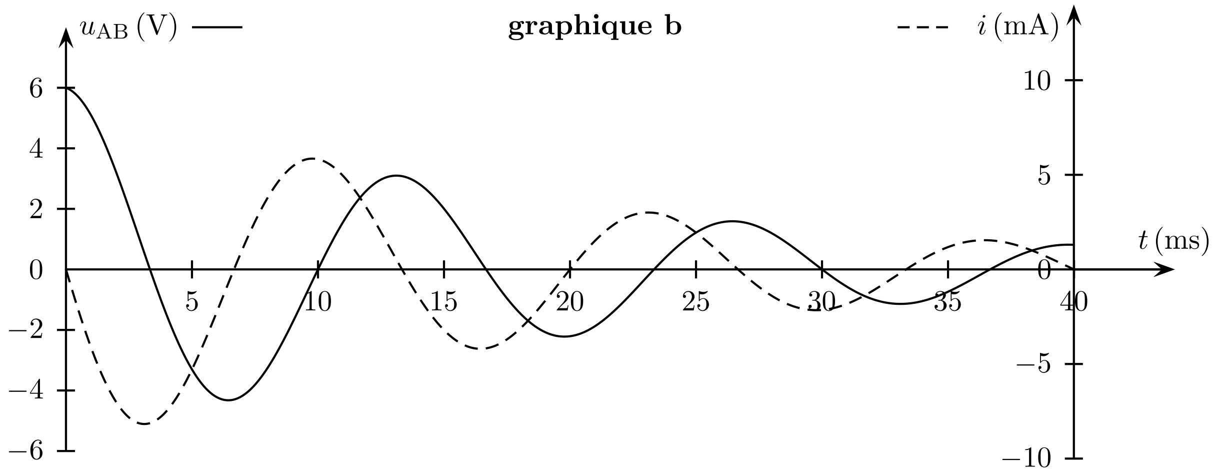
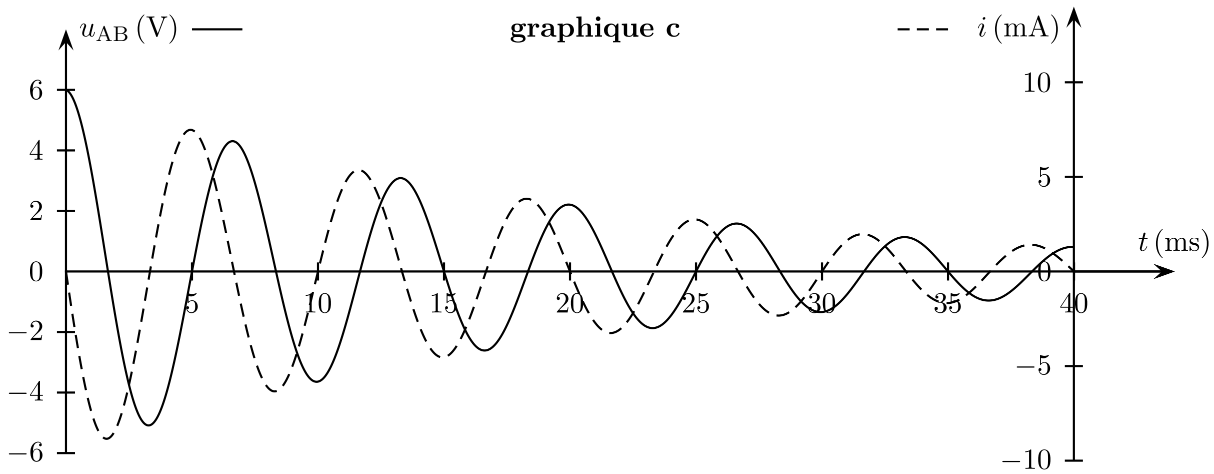


Figure 2 — Enregistrement effectué avec le circuit RC

ANNEXE 3 — À rendre avec la copie







Corrigé du DS n°9
Stockage de l'énergie solaire & condensateur

Exercice I – Stockage de « l'énergie solaire »

1. Charge du condensateur à courant constant

1.1. Entre $t = 0$ s et $t = 0,85$ s, régime transitoire, le condensateur se charge ;
Au-delà de $t = 0,85$ s, régime permanent, le condensateur est chargé.

1.2. Relation entre la tension u_C aux bornes du condensateur et la charge q :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

1.3. Relation entre l'intensité i et la charge q pour le condensateur :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

L'intensité du courant est constante, $i =$ cte notée I, donc cette relation s'intègre en :

$$q(t) = I \cdot t + A$$

où A est une constante d'intégration qui dépend des conditions initiales. Initialement, le condensateur est déchargé, donc à $t = 0$:

$$\begin{cases} q(0) = 0 \\ q(0) = A \end{cases} \quad \Rightarrow \quad A = 0 \quad \Rightarrow \quad q(t) = I \cdot t$$

Aux bornes du condensateur :

$$u_C = \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad u_C(t) = \frac{I \cdot t}{C}$$

Cette relation est valable tant que $u_C < U_{\max}$, c'est-à-dire en régime transitoire, car en régime permanent $u_C(t) = U_{\max}$.

1.4. Cœfficient directeur ou pente de la droite :

$$k = \frac{\Delta u_C}{\Delta t} = \frac{2,25 - 0}{0,850 - 0} = 2,65 \text{ V.s}^{-1}$$

Ce cœfficient directeur k est égal à :

$$k = \frac{I}{C} \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{I}{k}$$

Application numérique :

$$C = \frac{0,265}{2,65} = 0,100 \text{ F}$$

On constate un parfait accord avec la valeur de C indiquée par le fabricant.

1.5. Quantité d'énergie stockée lorsque $u_C = U_{\max}$:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C U_{\max}^2$$

Application numérique :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \times 0,100 \times 2,25^2 = 0,253 \text{ J}$$

2. Décharge du condensateur dans le conducteur ohmique

2.1. On utilise la relation entre l'intensité i est la charge q, puis entre la charge q et la tension u_C :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \quad \text{et} \quad q = C \cdot u_C \quad \Rightarrow \quad i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

2.2. Aux bornes du conducteur ohmique, on peut écrire :

$$u_C = -Ri \quad \Leftrightarrow \quad i = -\frac{u_C}{R}$$

Le signe moins tiens compte du fait que tension u_C et courant i dans le même sens dans le conducteur ohmique correspondent à la convention générateur. En remplaçant i dans l'expression précédente :

$$-\frac{u_C}{R} = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

En multipliant l'ensemble par R et en regroupant les termes :

$$u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$$

2.3. Dérivée première par rapport au temps de la solution proposée :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{U_{\max}}{RC}\,\mathrm{e}^{-t/RC}$$

On remplace dans l'équation différentielle, notée $\mathbb{E}$:

$$\mathbb{E} = U_{\max}\,\mathrm{e}^{-t/RC} - RC\frac{U_{\max}}{RC}\,\mathrm{e}^{-t/RC}$$

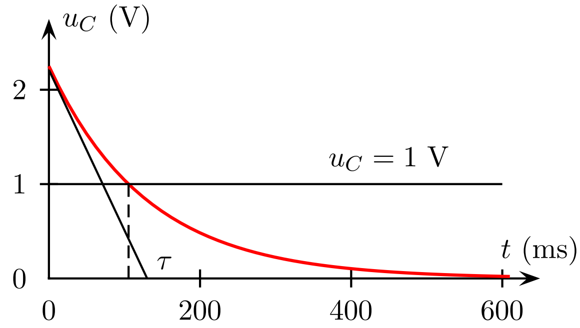
Les deux termes se simplifient et on obtient bien $\mathbb{E} = 0$.

2.4. Lors de la décharge, la quantité d'électricité $q > 0$ stockée par l'armature sur laquelle aboutit la flèche de l'intensité i diminue ; donc sa dérivée par rapport au temps est négative :

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} < 0$$

Par suite, l'intensité i est de signe négatif.

2.5. La construction graphique de l'annexe de l'exercice I doit clairement apparaître ; par exemple, en choisissant de déterminer τ par l'abscisse de l'intersection de la tangente à l'origine avec l'axe des abscisses :



Par lecture graphique, on trouve $\tau = 130$ ms.

$$\tau = RC \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{\tau}{C} = \frac{130 \cdot 10^{-3}}{0,10} = 1,30\ \Omega$$

2.6. Sur la figure de l'annexe de l'exercice I, on trace une droite horizontale d'équation $u_C = 1$ V, et on note l'abscisse de son intersection avec la courbe $u_C(t)$: $\Delta t \simeq 105$ ms. Cette valeur est très faible, un condensateur ne convient pas pour l'éclairage de nuit.

Exercice II – Étude de la décharge d'un condensateur

1. Étude du circuit RC

1.a. u_C aux bornes de C, u_R aux bornes de R, toutes deux vers le haut (convention récepteur, en sens inverse de i).

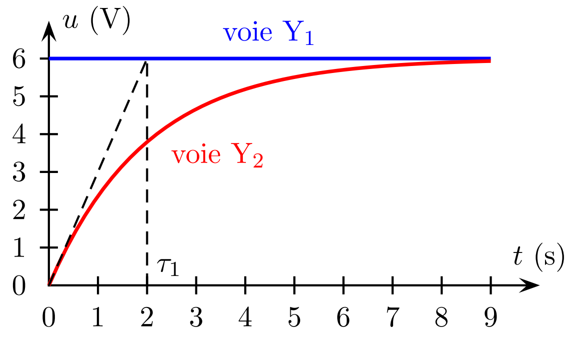
1.b. On relie les deux bornes du condensateur par un fil, ou même on abaisse l'interrupteur (K) en position (2) pendant un temps très long.

2. Étude de la charge du condensateur

2.a. Il faut positionner l'interrupteur (K) en position (1). La voie Y_1 est branchée au nœud A, où on a la tension aux bornes du dipôle RC. La voie Y_2 est branchée sur le nœud B, où on a la tension aux bornes du condensateur C.

2.b. Les deux tensions valent 6 V (lecture sur la figure 2 de l'annexe 2).

2.c. Tracé de la tangente à l'origine : $\tau_1 = 2,0$ s.



2.d. $\tau_1 = RC = 9,1 \cdot 10^3 \times 220 \cdot 10^{-6} = 2,0$ s. Accord parfait.

3. Étude de la décharge du condensateur

3.a. On utilise les relations connues :

$$q = Cu_C \quad ; \quad i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \quad ; \quad u_R = Ri$$

$$\Rightarrow \quad i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

Loi d'additivité des tensions :

$$0 = u_R + u_C \quad \Rightarrow \quad 0 = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$$

D'où l'équation différentielle demandée :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_C = 0$$

3.b. En remplaçant la forme proposée dans l'équation différentielle :

$$\left(-\frac{K}{\tau_2} + \frac{K}{RC}\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad \overset{\forall t}{\Rightarrow} \quad \tau_2 = RC$$

$\tau_2 = RC$, égale à τ_1.

3.c. Décharge quasi-complète du condensateur pour $t = 5\tau$. À cette date, u_C a 1 % de sa valeur finale nulle, puisque :

$$\mathrm{e}^{-5} \simeq 0,01$$

4. Décharge du condensateur dans une bobine

4.a. On utilise les relations connues :

$$u_C = \frac{q}{C} \quad ; \quad i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \quad ; \quad u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow \quad u_L = L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}$$

Loi d'additivité des tensions :

$$u_C + u_L = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{C} + L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} = 0$$

D'où l'équation différentielle demandée :

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

4.b. Vérifions que la charge :

$$q = \mathbb{Q}_\mathrm{m}\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$$

est solution de l'équation différentielle, $\mathbb{Q}_\mathrm{m}$ étant l'amplitude, T_0 la période propre et φ_0 la phase

Grille DS n°9

Exo I – Solaire **.../16**

- ❑ Régime transitoire, régime permanent
- ❑ $u_C = \frac{q}{C}$, notations respectées
- ❑ $q(t) = I \times t$, démontré par intégration + CI
- ❑ $u_C = \frac{I \cdot t}{C}$, démontré
- ❑ $k = 2,65$ V.s^{-1}
- ❑ $C = \frac{I}{k} = 0,100$ F, accord
- ❑ $\mathcal{E} = \frac{1}{2}CU_{\max}^2 = 0,253$ J
- ❑ $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, démontré
- ❑ $u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$ + signe u_R géré
- ❑ Vérification solution
- ❑ $i < 0$, justifié
- ❑ Construction graphique τ
- ❑ $\tau = 130$ ms
- ❑ $R = 1,30\ \Omega$
- ❑ Lecture graphique $\Delta t \simeq 105$ ms
- ❑ Ne convient pas

Exo II - Condensateur **.../25**

- ❑ Schéma u_C, u_R, i (figure 1)
- ❑ Décharge C
- ❑ (K) en (1), Y_1 en A, Y_2 en B
- ❑ 6 V pour les 2
- ❑ $\tau_1 = 2,0$ s (figure 2)
- ❑ $\tau_1 = RC = 2,0$ s
- ❑ Démonstration équa. diff. u_C
- ❑ Démonstration équa. diff. u_C
- ❑ Démo $\tau_2 = RC$ par remplac$^{\text{mt}}$
- ❑ Démo $\tau_2 = RC$ par remplac$^{\text{mt}}$
- ❑ 5τ
- ❑ Charge à 99 %
- ❑ Démonstration équa. diff. q
- ❑ Démonstration équa. diff. q
- ❑ $\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}q = 0$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}q = 0$
- ❑ Remplac$^{\text{mt}}$ de la solution
- ❑ Remplac$^{\text{mt}}$ de la solution
- ❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
- ❑ $T_{01,2,3} = 13\,;\ 5,6\,;\ 13$ ms
- ❑ T sur plusieurs périodes
- ❑ $T_{\text{a,b,c}} = 13\,;\ 13\,;\ 6,7$ ms, tt/rien
- ❑ 1 et 3 m̂ T car m̂ LC, donc a ou b
- ❑ 3 att. + forte car R + grd donc b
- ❑ 1 $\leftrightarrow$ a ; 2 $\leftrightarrow$ c ; 3 $\leftrightarrow$ b, tt/rien

Total .../36

Total **.../20**

Grille DS n°9

Exo I – Solaire **.../16**

- ❑ Régime transitoire, régime permanent
- ❑ $u_C = \frac{q}{C}$, notations respectées
- ❑ $q(t) = I \times t$, démontré par intégration + CI
- ❑ $u_C = \frac{I \cdot t}{C}$, démontré
- ❑ $k = 2,65$ V.s^{-1}
- ❑ $C = \frac{I}{k} = 0,100$ F, accord
- ❑ $\mathcal{E} = \frac{1}{2}CU_{\max}^2 = 0,253$ J
- ❑ $i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$, démontré
- ❑ $u_C + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$ + signe u_R géré
- ❑ Vérification solution
- ❑ $i < 0$, justifié
- ❑ Construction graphique τ
- ❑ $\tau = 130$ ms
- ❑ $R = 1,30\ \Omega$
- ❑ Lecture graphique $\Delta t \simeq 105$ ms
- ❑ Ne convient pas

Exo II - Condensateur **.../25**

- ❑ Schéma u_C, u_R, i (figure 1)
- ❑ Décharge C
- ❑ (K) en (1), Y_1 en A, Y_2 en B
- ❑ 6 V pour les 2
- ❑ $\tau_1 = 2,0$ s (figure 2)
- ❑ $\tau_1 = RC = 2,0$ s
- ❑ Démonstration équa. diff. u_C
- ❑ Démonstration équa. diff. u_C
- ❑ Démo $\tau_2 = RC$ par remplac$^{\text{mt}}$
- ❑ Démo $\tau_2 = RC$ par remplac$^{\text{mt}}$
- ❑ 5τ
- ❑ Charge à 99 %
- ❑ Démonstration équa. diff. q
- ❑ Démonstration équa. diff. q
- ❑ $\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}q = 0$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}q = 0$
- ❑ Remplac$^{\text{mt}}$ de la solution
- ❑ Remplac$^{\text{mt}}$ de la solution
- ❑ $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
- ❑ $T_{01,2,3} = 13\,;\ 5,6\,;\ 13$ ms
- ❑ T sur plusieurs périodes
- ❑ $T_{\text{a,b,c}} = 13\,;\ 13\,;\ 6,7$ ms, tt/rien
- ❑ 1 et 3 m̂ T car m̂ LC, donc a ou b
- ❑ 3 att. + forte car R + grd donc b
- ❑ 1 $\leftrightarrow$ a ; 2 $\leftrightarrow$ c ; 3 $\leftrightarrow$ b, tt/rien

Total .../36

Total **.../20**

à l'origine. On dérive deux fois cette tension par rapport au temps :

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = -\frac{2\pi}{T_0}\mathbb{Q}_\mathrm{m} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$$
$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{4\pi^2}{T_0^2}\mathbb{Q}_\mathrm{m} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$$

Dans cette dernière formule, on reconnaît la charge q elle-même :

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{4\pi^2}{T_0^2}q$$

On remplace cette dernière forme dans l'équation différentielle trouvée précédemment :

$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2}q + \frac{1}{LC}q = 0$$

En multipliant tout par LC et en factorisant par q :

$$\Leftrightarrow \quad \left(-\frac{4\pi^2}{T_0^2}LC + 1\right)q = 0$$

On remplace q par la solution proposée dans cette dernière équation :

$$\Rightarrow \quad \left(-\frac{4\pi^2}{T_0^2}LC + 1\right)Q_\mathrm{m} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right) = 0$$

Pour que ce produit soit nul quelque soit le temps t, il faut qu'au moins l'un des deux termes soit nul, en l'occurence le terme constant :

$$\Rightarrow \quad -\frac{4\pi^2}{T_0^2}LC + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

5. Étude de la décharge du condensateur dans un circuit RL

a. On applique la formule précédente : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, ce qui donne :

$$T_{01} = 13 \text{ ms}$$
$$T_{02} = 5,6 \text{ ms}$$
$$T_{03} = 13 \text{ ms}$$

b. Il faut être habile pour les mesures des périodes. Si l'on se focalise sur la sinusoïde en pointillés correspondant au courant i (partant de zéro à $t = 0$), on compte exactement trois périodes pour a et b, et six pour c, dans l'intervalle de 40 ms montré par l'acquisition. D'où les valeurs :

$$T_\mathrm{a} = 13 \text{ ms}$$
$$T_\mathrm{b} = 6,7 \text{ ms}$$
$$T_\mathrm{c} = 13 \text{ ms}$$

c. Les acquisitions b et c correspondent à une atténuation plus forte que l'acquisition a (comparer les maximums locaux de u_C à $t = 40$ ms). D'ou la correspondance :

a $\leftrightarrow$ E_1 b $\leftrightarrow$ E_3 c $\leftrightarrow$ E_2

⋆⋆
⋆