DS n°7 – TS1 2011
Chutes (calculatrice interdite)

Exercice I – Chute d'une goutte de pluie

Il est expressément demandé de respecter les notations de l'énoncé. En particulier, V désigne le volume, v désigne la valeur de la vitesse.

Données et opérations utiles à la résolution de l'exercice :

Valeur prise par l'accélération de la pesanteur : $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	$3,24 \times 2,10 = 6,80$
Masse volumique de l'eau : $\rho_1 = 1\,000\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$3,24 \times 2,16 = 7,00$
Masse volumique de l'air : $\rho_2 = 1,3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$\dfrac{1}{1,3} = 0,77$

On se propose d'étudier le mouvement d'une goutte de pluie dans deux cas simples.

1. Temps calme

On étudie le mouvement d'une goutte d'eau en chute verticale dans l'air, en l'absence de tout vent. La force de frottement subie par la goutte a pour expression $\vec{f} = -K \cdot \vec{v}_{\text{G}}$, où $\vec{v}_{\text{G}}$ désigne le vecteur vitesse du centre d'inertie de la goutte, et K est une constante.
La goutte de pluie considérée a une masse m, un volume V et une masse volumique ρ_1 constante. On désigne par ρ_2 la masse volumique de l'air.

1.1. *Comparaison des valeurs des forces*

1.1.1. Quelle est l'expression littérale de la valeur F_{A} de la poussée d'Archimède qui agit sur la goutte ?

1.1.2. On note P la valeur du poids de la goutte. Établir l'expression du rapport $\frac{P}{F_{\text{A}}}$ en fonction des masses volumiques ρ_1 et ρ_2.

1.1.3. En utilisant les données numériques, montrer que F_{A} est négligeable devant P.

1.2. *Dans la suite de l'exercice, on négligera la poussée d'Archimède.*

1.2.1. L'axe vertical du repère d'étude étant orienté vers le bas, montrer que l'équation différentielle du mouvement de chute de la goutte peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\text{d}v_{\text{G}}}{\text{d}t}t = A \cdot v_{\text{G}} + B$$

où A et B sont deux constantes que l'on exprimera en fonction de K, m et g.

1.2.2. Quelles sont les unités de A et de B, dans le système international d'unités ?

On donne $A = -3,24 \times 10^{-1}$ SI et $B = 10$ SI.

1.3. On a calculé quelques valeurs de la vitesse de la goutte à différentes dates, en utilisant la méthode d'Euler. Voici un extrait du tableau affiché par le tableur utilisé :

t (s)	v_{G} ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
3,0	19,6
3,2	20,3
3,4	21,0
...	...

La méthode d'Euler permet d'estimer par le calcul la valeur de la vitesse de la goutte en fonction du temps, en utilisant les deux relations :

$$\frac{\text{d}v_{\text{G}}(t_i)}{\text{d}t} = A \cdot v_{\text{G}}(t_i) + B$$

$$v_{\text{G}}(t_{i+1}) = v_{\text{g}} + \frac{\text{d}v_{\text{G}}(t_i)}{\text{d}t}\Delta t$$

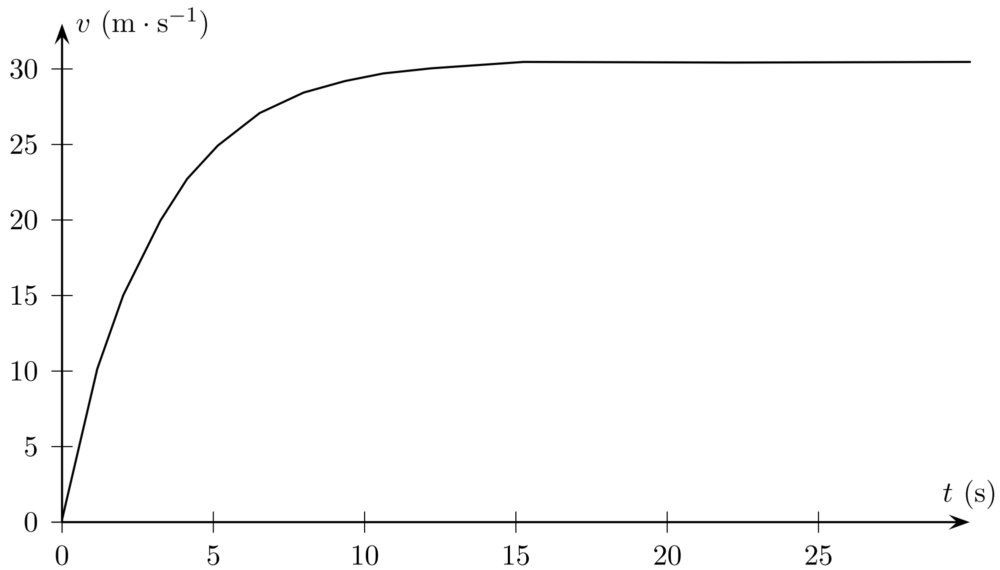
où Δt est le pas d'itération.

1.3.1. En utilisant l'équation différentielle du mouvement et les données du tableau, calculer la valeur de l'accélération à l'instant de date $t = 3,4$ s.

1.3.2. En déduire, par la méthode d'Euler, la valeur de la vitesse à l'instant de date $t = 3,6$ s. Les calculs doivent figurer sur votre copie.

1.3.3. Comment doit-on choisir le pas de calcul pour que les valeurs calculées par la méthode d'Euler soient les plus proches possibles des valeurs réelles ?

1.4. La courbe représentant l'évolution de la valeur de la vitesse au cours du temps est donnée ci-dessous :



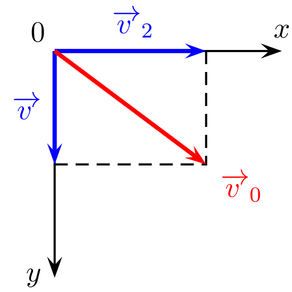
1.4.1. Comment évolue l'accélération de la goutte d'eau ? Justifier votre réponse.

1.4.2. Quelle est la valeur de cette accélération lorsque le régime permanent est atteint ? Comparer la valeur des forces qui agissent alors sur la goutte d'eau.

1.4.3. Établir l'expression littérale de la vitesse limite atteinte par la goutte d'eau.

2. Temps venteux

Dans cette partie, on suppose que la force de frottement et la poussée d'Archimède s'exerçant sur la goutte d'eau en chute verticale, sont négligeables devant le poids.
Alors que la goutte d'eau est en chute verticale à la vitesse v, elle subit brutalement une rafale de vent, de très courte durée, qui lui communique, à l'instant de date $t = 0$, une vitesse horizontale, de valeur v_2. Le vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ est représenté sur le schéma ci-contre.



2.1. À partir de la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement de la goutte dans un référentiel terrestre muni d'un repère (Oxy), tel que le point O coïncide avec la position de la goutte à la date $t = 0$ s, l'axe (Ox) est horizontal orienté dans le sens de $\vec{v}_2$ et l'axe (Oy) est vertical descendant (schéma ci-dessus).

2.2. Quelle est l'équation de la trajectoire décrite par la goutte d'eau dans le repère (Oxy) ? Préciser la nature de cette trajectoire.

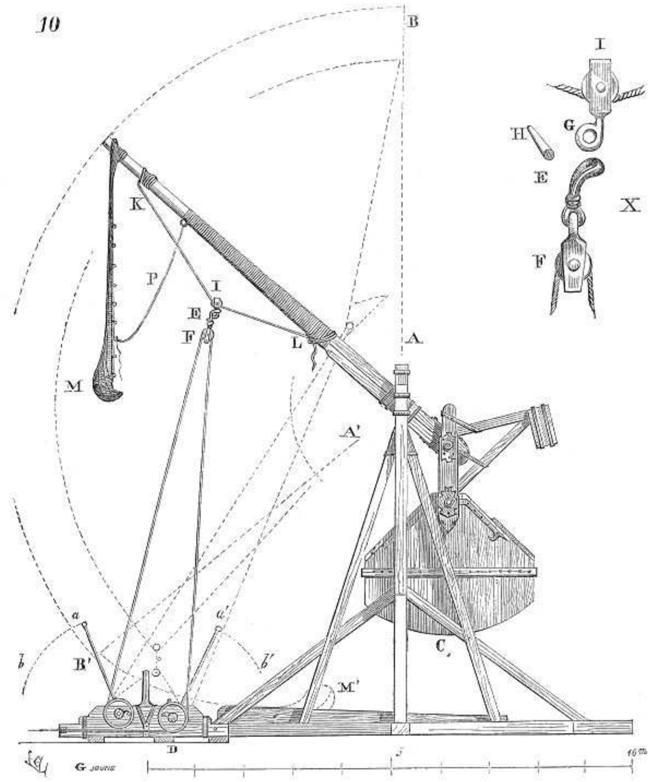
Exercice II – Le trébuchet

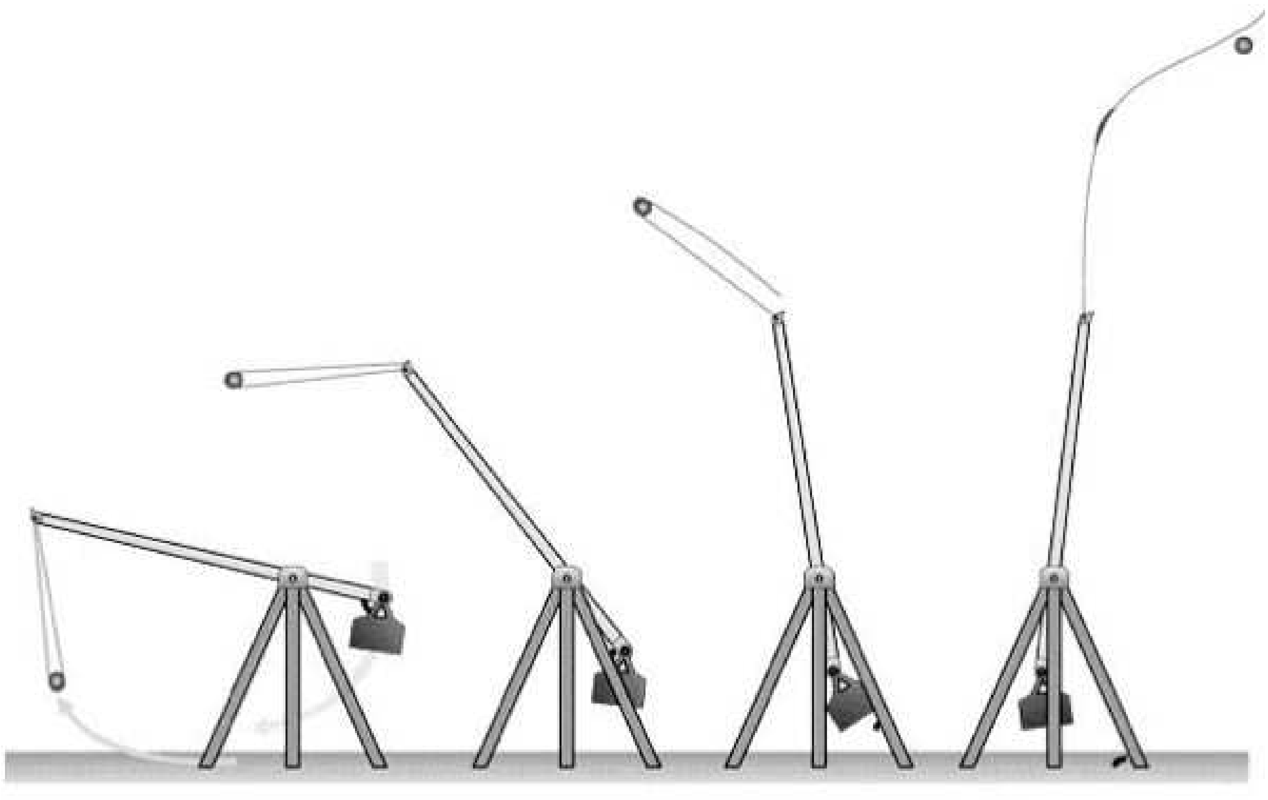
Le trébuchet est une machine de guerre utilisée au Moyen-Âge au cours des sièges de châteaux forts. Le projectile pouvait faire des brèches dans les murailles des châteaux forts situés à plus de 200 m du trébuchet.

Son principe de fonctionnement est le suivant : Un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur par des cordages. Il est brusquement libéré. Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile.

Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur $H = 10$ m et est projeté avec une vitesse $\overrightarrow{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale (voir l'annexe à remettre avec la copie).

Les mouvements du contrepoids et du projectile s'effectuent dans un champ de pesanteur uniforme, et $\overrightarrow{g}$ est parallèle à l'axe (Oz).





On se propose d'étudier le mouvement du projectile après libération. La situation est représentée sur l'annexe à rendre avec la copie.

Données :

– masse du projectile : $m = 130$ kg ;
– intensité champ de pesanteur : $g \simeq 10\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$;
– hauteur du projectile au lancer : $H = 10$ m ;
– masse volumique de l'air : $\rho_{\text{air}} = 1,3$ kg $\cdot$ m^{-3} ;
– volume du projectile : $V = 50$ L.

1. Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du poids $\overrightarrow{P}$ et de la poussée d'Archimède $\overrightarrow{P}_A$ qui s'exercent sur le projectile.

2. Est-il judicieux de négliger par la suite la poussée d'Archimède ?

3. En appliquant la 2nde loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.

4. Donner l'expression des coordonnées du vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v}_0$, notées v_{0x} et v_{0z}, en fonction de v_0 et de α.

5. On appelle composante horizontale de la vitesse la coordonnée $v_x(t)$ du vecteur $\overrightarrow{v}$, et composante verticale la coordonnée $v_z(t)$.
Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ du système au cours de son mouvement.

6. En déduire la nature du mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal. Justifier.

7. Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement du projectile : $x(t)$ et $z(t)$.

8. Montrer que l'équation de la trajectoire du projectile est la suivante :

$$z = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + H$$

9. Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ? Représenter qualitativement l'allure de la trajectoire sur l'annexe à remettre avec la copie.

10. En utilisant l'expression de l'équation de la trajectoire obtenue à la question 8, indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.

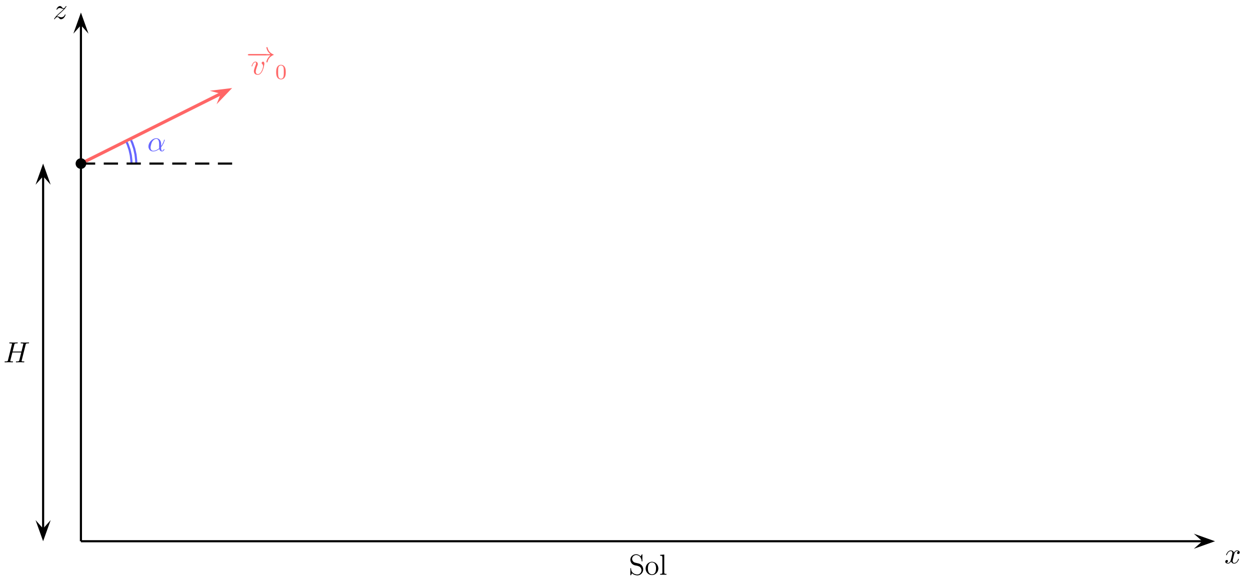
11. Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, montrer que l'abscisse de son point de chute est :

$$x = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

12. Avec quelle vitesse initiale v_{0x} horizontale, le projectile doit-il être lancé, pour atteindre la base du mur du château, situé à une distance $x = 100$ m ?

Aides aux calculs : $\sqrt{0,5} = 7,1\times10^{-1}$; $\sqrt{2} = 1,41$.

Annexe de l'exercice II – À rendre avec la copie



Correction du DS n°7 – TS1 2011
Chutes verticales & paraboliques

Exercice I – Chute d'une goutte de pluie

1. Temps calme

1.1.1. Attention, on demandait uniquement la valeur ou norme de la force, sans autre précision, et sans justification exigée :

$$F_{\mathrm{A}} = \rho_2 V g$$

1.1.2. $P = mg = \rho_1 V g$ donc :

$$\frac{P}{F_{\mathrm{A}}} = \frac{\rho_2 V g}{\rho_1 V g}$$

1.1.3. On effectue l'application numérique (sans calculatrice, donc je détaille les calculs) :

$$\frac{P}{F_{\mathrm{A}}} = \frac{1\,000}{1,3} = \frac{1}{1,3} \times 10^3 = 0,77 \times 10^3$$

Ainsi,

$$\frac{P}{F_{\mathrm{A}}} \gg 1 \quad \text{ou} \quad P \gg F_{\mathrm{A}}$$

La poussée d'Archimède est bien négligeable par rapport au poids.

1.2.1. Système = { goutte } ;
Référentiel terrestre supposé galiléen ;
Bilan des forces :
– le poids $\overrightarrow{P}$, vertical, vers le bas, en G, $P = mg$;
– la force de frottement fluide $\overrightarrow{f} = -K\,\overrightarrow{v}_{\mathrm{G}}$, tangente à la trajectoire, opposée au mouvement, au centre de la surface de contact avec le fluide (*maître-couple*), valeur $f = Kv_{\mathrm{G}}$.

Deuxième loi de Newton :

$$\sum \overrightarrow{F}_{\mathrm{ext}} = m\,\overrightarrow{a}_{\mathrm{G}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{P} + \overrightarrow{f} = m\,\overrightarrow{a}_{\mathrm{G}}$$

Projection sur un axe vertical descendant (attention, lourdes sanctions sur de nombreuses copies par absence de détail sur ce point) :

$$P - f = ma_{\mathrm{G}}$$

$$\Leftrightarrow \quad mg - Kv_{\mathrm{G}} = m\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{G}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{G}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{K}{m}v_{\mathrm{G}} + g$$

Par identification avec la forme proposée par l'énoncé (étape d'identification qui doit être détaillée sous peine de sanction) :

$$A = -\frac{K}{m} \quad \text{et} \quad B = g$$

1.2.2. g est en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ donc B, aussi ;
v_{G} est en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, donc il faut que A soit en $\mathrm{s^{-1}}$ afin que Av_{G} soit aussi en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1.3.1. Tout d'abord, le pas de calcul vaut $\Delta t = 0,2$ s, comme on le constate par soustraction entre deux temps successifs dans le tableau, colonne t ;
Ensuite, on écrit l'accélération au temps $t = 3,4$ s comme (toujours en détaillant tous les calculs) :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{G}}(t=3,4)}{\mathrm{d}t} &= Av_{\mathrm{G}}(t=3,4) + B \\ &= -3,24 \times 10^{-1} \times 21,0 + 10 \\ &= -3,24 \times 2,10 + 10 \\ &= -6,80 + 10 = 3,20\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}\end{aligned}$$

J'ai été assez exigeant sur la présentation de ces calculs, puisque toutes les formules utiles étaient donné.

1.3.2. On continue, avec la vitesse au temps $t = 3,6$ s qui s'exprime selon la deuxième formule proposée, à recopier avec les temps corrects :

$$\begin{aligned}v_{\mathrm{G}}(t=3,6) &= v_{\mathrm{G}}(t=3,4) + \frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{G}}(t=3,4)}{\mathrm{d}t}\Delta t \\ &= 21,0 + 3,20 \times 0,2 \\ &= 21,0 + 0,64 \\ &= 21,6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

1.3.3. Pour améliorer la précision de la méthode, il faut prendre un pas de calcul Δt faible.

1.4.1. L'accélération diminue jusqu'à s'annuler. En effet, l'accélération a_{G} s'interprète comme la pente de la tangente à la courbe $v_{\mathrm{G}} = f(t)$, pente qui diminue dès $t = 0$ jusqu'à s'annuler à l'approche de l'asymptote horizontale.

1.4.2. $a_{\mathrm{lim}} = 0$, *i. e.* les forces se compensent, on a atteint le régime permanent.

1.4.3. Vitesse limite pour $a_{\mathrm{lim}} = 0$:

$$\begin{aligned}v_{\mathrm{G}} = v_{\mathrm{lim}} = \mathrm{cte} \quad &\Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}v_{\mathrm{lim}}}{\mathrm{d}t} = 0 \\ &\Rightarrow \quad Av_{\mathrm{lim}} + B = 0 \\ &\Rightarrow \quad v_{\mathrm{lim}} = -\frac{B}{A} \\ &\Rightarrow \quad v_{\mathrm{lim}} = \frac{mg}{K}\end{aligned}$$

2. Temps venteux

2.1. Système : { goutte } ;
Référentiel terrestre supposé galiléen ;
Bilan des forces : uniquement le poids $\overrightarrow{P}$, il s'agit d'une chute libre, les autres forces étant négligées ;
Deuxième loi de Newton :

$$\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\,\overrightarrow{a}_{\text{G}}$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a}_{\text{G}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{a}_{\text{G}} = \overrightarrow{g}$$

Projection sur le repère (Oxy) proposé :

$$\overrightarrow{a}_{\text{G}} \left| \begin{array}{l} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = g \end{array} \right.$$

Intégration par rapport au temps :

$$\overrightarrow{v}_{\text{G}} \left| \begin{array}{l} v_x(t) = p \\ v_y(t) = gt + q \end{array} \right.$$

où p et q sont deux constantes d'intégration déterminées par les conditions initiales :

$$\overrightarrow{v}_{\text{G}}(t=0) \left| \begin{array}{l} v_x(t=0) = v_2 \\ v_y(t=0) = v \end{array} \right.$$

En remplaçant $t = 0$:

$$\overrightarrow{v}_{\text{G}}(t=0) \left| \begin{array}{l} v_x(t=0) = p \\ v_y(t=0) = g \times 0 + q \end{array} \right.$$

En identifiant :

$$\begin{cases} p = v_2 \\ q = v \end{cases} \Rightarrow \quad \overrightarrow{v}_{\text{G}} \left| \begin{array}{l} v_x(t) = v_2 \\ v_y(t) = gt + v \end{array} \right.$$

Seconde intégration par rapport au temps :

$$\overrightarrow{\text{OG}} \left| \begin{array}{l} x(t) = v_2 t + r \\ y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + vt + s \end{array} \right.$$

où r et s sont deux constantes d'intégration déterminées par les conditions initiales :

$$\overrightarrow{\text{OG}}(t=0) \left| \begin{array}{l} x(t=0) = 0 \\ y(t=0) = 0 \end{array} \right.$$

En remplaçant $t = 0$:

$$\overrightarrow{\text{OG}}(t=0) \left| \begin{array}{l} x(t=0) = v_2 \times 0 + r \\ y(t=0) = \frac{1}{2}g \times 0^2 + v \times 0 + s \end{array} \right.$$

En identifiant :

$$\begin{cases} r = 0 \\ s = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \overrightarrow{\text{OG}} \left| \begin{array}{l} x(t) = v_2 t \\ y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + vt \end{array} \right.$$

Il s'agit des équations horaires du mouvement.
Ceux qui ont fait l'économie d'une telle discussion sur les intégrations et les conditions initiales se sont vus lourdement sanctionnés.

2.2. Éliminons le temps t dans $y(t)$:

$$t = \frac{x}{v_2} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_2^2} + v \frac{x}{v_2}$$

Il s'agit de l'équation d'une parabole, de la forme $y = ax^2 + bx$. On peut mener toute une discussion sur le signe du facteur a devant le x^2, et ainsi montrer ce dont personne ne doute, quant à la concavité de la trajectoire et l'inéluctable de la chute des corps (mais si tu chois, choix bien).

Exercice II – Le trébuchet

1. Bilan des forces :
- Poids $\overrightarrow{P}$: vertical, vers le bas, en G, valeur $mg = 130 \times 10 = 1,3 \times 10^3$ N ;
- Poussée d'Archimède $\overrightarrow{P}_{\text{A}}$: verticale, vers le haut, en G, valeur $P_{\text{A}} = \rho_{\text{air}} V g = 1,3 \times 50 \times 10 = 0,65$ N.

2. Sans recommencer le calcul du rapport P/P_{A}, on peut dire qualitativement que le projectile est un corps dense, en mouvement dans un fluide peu dense (l'air), et donc que l'on peut négliger la poussée d'Archimède.

3. Système : { goutte } ;
Référentiel terrestre supposé galiléen ;
Bilan des forces : uniquement le poids $\overrightarrow{P}$, il s'agit d'une chute libre, les autres forces étant négligées ;
Deuxième loi de Newton :

$$\sum \overrightarrow{F}_{\text{ext}} = m\,\overrightarrow{a}$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{P} = m\,\overrightarrow{a}$$

$$\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{a} = \overrightarrow{g}$$

Projection sur le repère (Oxyz) proposé :

$$\overrightarrow{a} \left| \begin{array}{l} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{array} \right.$$

4. Vecteur vitesse initial à $t = 0$:

$$\overrightarrow{v}(t=0) \left| \begin{array}{l} v_x(t=0) = v_0 \cos\alpha \\ v_y(t=0) = 0 \\ v_z(t=0) = v_0 \sin\alpha \end{array} \right.$$

5. Intégration par rapport au temps :

$$\overrightarrow{v}\left|\begin{array}{l}v_x(t)=p\\ v_y(t)=q\\ v_y(t)=-gt+r\end{array}\right.$$

où p, q et r sont trois constantes d'intégration déterminées par les conditions initiales détaillées précédemment. En remplaçant $t=0$:

$$\overrightarrow{v}(t=0)\left|\begin{array}{l}v_x(t=0)=p\\ v_y(t=0)=q\\ v_z(t=0)=-g\times 0+r\end{array}\right.$$

En idendifiant :

$$\begin{cases}p=v_0\cos\alpha\\ q=0\\ r=v_0\sin\alpha\end{cases}\quad\Rightarrow\quad\overrightarrow{v}\left|\begin{array}{l}v_x(t)=v_0\cos\alpha\\ v_y(t)=0\\ v_z(t)=-gt+v_0\sin\alpha\end{array}\right.$$

6. $v_x(t)=v_0\cos\alpha=$ cte $\forall t$ donc le mouvement est uniforme selon $(\mathrm{O}x)$.

7. Seconde intégration par rapport au temps :

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}\left|\begin{array}{l}x(t)=v_0(\cos\alpha)t+s\\ y(t)=u\\ z(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_0\sin\alpha t+w\end{array}\right.$$

où s, u et w sont trois constantes d'intégration déterminées par les conditions initiales :

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}(0)\left|\begin{array}{l}x(t=0)=0\\ y(t=0)=0\\ z(t=0)=H\end{array}\right.$$

En remplaçant $t=0$:

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}(0)\left|\begin{array}{l}x(t=0)=v_0(\cos\alpha)\times 0+s\\ y(t=0)=u\\ z(t=0)=-\frac{1}{2}g\times 0^2+v_0(\sin\alpha)\times 0+w\end{array}\right.$$

En idendifiant :

$$\begin{cases}s=0\\ u=0\\ w=H\end{cases}\quad\Rightarrow\quad\overrightarrow{\mathrm{OG}}\left|\begin{array}{l}x(t)=v_0(\cos\alpha)t\\ y(t)=0\\ y(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_0(\sin\alpha)t+H\end{array}\right.$$

Il s'agit des équations horaires du mouvement.

8. On élimine t :

$$t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow\quad z=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha}+(\tan\alpha)x+H$$

9. La trajectoire est une parabole. On s'attendais à une représentation raisonnable sur la figure de l'annexe.

10. v_0 et α sont deux paramètres que l'on peut modifier facilement, et qui jouent un rôle.

11. Lorsque la vitesse initiale $\overrightarrow{v}_0$ est horizontale, alors $\alpha=0$ et donc $\cos\alpha=1$ (ainsi que $\tan\alpha=0$). Par suite, l'équation de la trajectoire se simplifie en :

$$z=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}+H$$

Le point de chute est tel que $z=0$; en isolant H dans l'équation de la trajectoire simplifiée ci-dessus :

$$H=\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$$

En isolant maintenant x :

$$x^2=\frac{2Hv_0^2}{g}$$

et en prenant la racine carrée des deux côtés de l'équation :

$$x=v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

12. En isolant v_0 dans la formule précédente (et en inversant la fraction dans la racine pour la faire passer au dénominateur, car les aides aux calculs proposés imposent cette forme) :

$$v_0=\frac{x}{\sqrt{\frac{2H}{g}}}=x\sqrt{\frac{g}{2H}}$$

Application numérique :

$$\begin{aligned}v_0&=100\times\sqrt{\tfrac{10}{2\times 10}}\\ &=100\times\sqrt{0,5}\\ &=100\times 0,71\\ &=71\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

⋆⋆
⋆

Grille DS7 2011 - Chutes

Exercice I – Goutte **.../20**

- ❑ $F_\mathrm{A} = \rho_2 V g$
- ❑ $P/F_\mathrm{A} = \rho_1/\rho_2$
- ❑ $P/F = 7,7 \times 10^2 \gg 1$
- ❑ Démo équa diff (bilan des forces)
- ❑ Démo équa diff ($2^{\text{ème}}$ loi de Newton)
- ❑ Démo équa diff (projection)
- ❑ $A = -K/m$ et $B = g$
- ❑ $[A] = \mathrm{s}^{-1}$ et $[B] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}v_\mathrm{G}(t=3,4)}{\mathrm{d}t} = A \cdot v_\mathrm{G}(t = 3,4) + B$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}v_\mathrm{G}(t=3,4)}{\mathrm{d}t} = 3,2\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, calculé
- ❑ $v_\mathrm{G}(t = 3,6) = v_\mathrm{G}(t = 3,4) + \frac{\mathrm{d}v_\mathrm{G}(t=3,4)}{\mathrm{d}t} \cdot \Delta t$
- ❑ $v_\mathrm{G}(t = 3,6) = 21,6\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, calculé
- ❑ Diminuer Δt
- ❑ Pente $v_\mathrm{G}(t) \searrow$ donc $a_\mathrm{G}(t) \searrow$
- ❑ $a_\mathrm{G,lim} = 0$, forces qui se compensent : $P = f$
- ❑ $v_\mathrm{lim} = mg/K$
- ❑ Bilan : poids + $\overrightarrow{a}_\mathrm{G} = \overrightarrow{g}$
- ❑ $v_x = v_2$ et $v_y = gt + v$, CI détaillées
- ❑ $x = v_2 t$ et $y = \frac{1}{2}gt^2 + vt$, CI détaillées
- ❑ $y = gx/2v_2^2 + vx/v_2$

Exercice II – Trébuchet **.../20**

- ❑ $\overrightarrow{P}$: verticale, en G, vers le bas, $mg = 1,3 \times 10^3$ N
- ❑ $\overrightarrow{P}_\mathrm{A}$: verticale, en G, vers le haut, $\rho_\mathrm{air} V g = 0,65$ N
- ❑ $P/P_\mathrm{A} = 2,0 \times 10^3 \gg 1$ donc oui
- ❑ Bilan : poids
- ❑ $\sum F_\mathrm{ext} = m\,\overrightarrow{a}_\mathrm{G}$
- ❑ $a_x = 0$ et $a_z = -g$
- ❑ $a_x = 0$ et $a_z = -g$
- ❑ $v_x = v_0 \cos\alpha$ et $v_z = -gt + v_0 \sin\alpha$ + CI
- ❑ $v_x = v_0 \cos\alpha$ et $v_z = -gt + v_0 \sin\alpha$ + CI
- ❑ $v_x(t) = $ cte donc mvt horizontal uniforme
- ❑ $x = (v_0 \cos\alpha)t$ et $z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + H$ + CI
- ❑ $x = (v_0 \cos\alpha)t$ et $z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + H$ + CI
- ❑ Démo équation de la trajectoire
- ❑ Démo équation de la trajectoire
- ❑ Parabole + représentation figure 1
- ❑ v_0 et α jouent un rôle
- ❑ Démo x pour $z = 0$ et $\alpha = 0$
- ❑ Démo x pour $z = 0$ et $\alpha = 0$
- ❑ $v_0 = x\sqrt{g/2H}$
- ❑ $v_0 = 71\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

Total .../40

Note **.../20**

Grille DS7 2011 - Chutes

Exercice I – Goutte **.../20**

- ❑ $F_\mathrm{A} = \rho_2 V g$
- ❑ $P/F_\mathrm{A} = \rho_1/\rho_2$
- ❑ $P/F = 7,7 \times 10^2 \gg 1$
- ❑ Démo équa diff (bilan des forces)
- ❑ Démo équa diff ($2^{\text{ème}}$ loi de Newton)
- ❑ Démo équa diff (projection)
- ❑ $A = -K/m$ et $B = g$
- ❑ $[A] = \mathrm{s}^{-1}$ et $[B] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}v_\mathrm{G}(t=3,4)}{\mathrm{d}t} = A \cdot v_\mathrm{G}(t = 3,4) + B$
- ❑ $\frac{\mathrm{d}v_\mathrm{G}(t=3,4)}{\mathrm{d}t} = 3,2\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, calculé
- ❑ $v_\mathrm{G}(t = 3,6) = v_\mathrm{G}(t = 3,4) + \frac{\mathrm{d}v_\mathrm{G}(t=3,4)}{\mathrm{d}t} \cdot \Delta t$
- ❑ $v_\mathrm{G}(t = 3,6) = 21,6\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, calculé
- ❑ Diminuer Δt
- ❑ Pente $v_\mathrm{G}(t) \searrow$ donc $a_\mathrm{G}(t) \searrow$
- ❑ $a_\mathrm{G,lim} = 0$, forces qui se compensent : $P = f$
- ❑ $v_\mathrm{lim} = mg/K$
- ❑ Bilan : poids + $\overrightarrow{a}_\mathrm{G} = \overrightarrow{g}$
- ❑ $v_x = v_2$ et $v_y = gt + v$, CI détaillées
- ❑ $x = v_2 t$ et $y = \frac{1}{2}gt^2 + vt$, CI détaillées
- ❑ $y = gx/2v_2^2 + vx/v_2$

Exercice II – Trébuchet **.../20**

- ❑ $\overrightarrow{P}$: verticale, en G, vers le bas, $mg = 1,3 \times 10^3$ N
- ❑ $\overrightarrow{P}_\mathrm{A}$: verticale, en G, vers le haut, $\rho_\mathrm{air} V g = 0,65$ N
- ❑ $P/P_\mathrm{A} = 2,0 \times 10^3 \gg 1$ donc oui
- ❑ Bilan : poids
- ❑ $\sum F_\mathrm{ext} = m\,\overrightarrow{a}_\mathrm{G}$
- ❑ $a_x = 0$ et $a_z = -g$
- ❑ $a_x = 0$ et $a_z = -g$
- ❑ $v_x = v_0 \cos\alpha$ et $v_z = -gt + v_0 \sin\alpha$ + CI
- ❑ $v_x = v_0 \cos\alpha$ et $v_z = -gt + v_0 \sin\alpha$ + CI
- ❑ $v_x(t) = $ cte donc mvt horizontal uniforme
- ❑ $x = (v_0 \cos\alpha)t$ et $z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + H$ + CI
- ❑ $x = (v_0 \cos\alpha)t$ et $z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + H$ + CI
- ❑ Démo équation de la trajectoire
- ❑ Démo équation de la trajectoire
- ❑ Parabole + représentation figure 1
- ❑ v_0 et α jouent un rôle
- ❑ Démo x pour $z = 0$ et $\alpha = 0$
- ❑ Démo x pour $z = 0$ et $\alpha = 0$
- ❑ $v_0 = x\sqrt{g/2H}$
- ❑ $v_0 = 71\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

Total .../40

Note **.../20**